

Comportement vibratoire des planchers bois et confort lié à la marche

Prédiction du comportement dynamique des planchers bois

Projet VIBOIS

21 décembre 2020

Chef de projet :
Catterou Thomas

Équipe projet :
Patrice Garcia, Chef du laboratoire de mécanique
Jean baptiste Castaing et Laurent Munier du Laboratoire de mécanique.

Siège social
10, rue Galilée
77420 Champs-sur-Marne
Tél +33 (0)1 72 84 97 84
www.fcba.fr

Siret 775 680 903 00132
APE 7219Z
Code TVA CEE : FR 14 775 680 903

Institut technologique FCBA :
Forêt, Cellulose, Bois – Construction
Ameublement

SOMMAIRE

1.	Acronyme et nomenclature	5
2.	Introduction	5
2.1	Présentation du projet	5
2.2	Problématique	6
2.3	Planning	6
2.4	Etat de l'art	6
2.5	Définition de critères de confort	9
2.6	Optimisation de l'amortissement structurel d'un plancher	10
3.	Analyse modale expérimentale sur des planchers bois	11
3.1	Présentation des planchers et de leur caractéristique mécanique	11
3.1.1	Plancher traditionnel	12
3.1.2	Plancher CLT	12
3.2	Essais sur planchers réduits	14
3.2.1	Présentation des essais	14
3.2.1	Résultats	15
3.3	Essais sur grands planchers	16
3.3.1	Présentation des essais	16
3.3.2	Résultats	19
4.	Analyse modale numérique et comparaison essais-calculs	21
4.1	Maillages	21
4.1.1	Maillage plancher réduit	21
4.1.2	Maillage grands planchers	22
4.2	Essais sur planchers réduits	26
4.2.1	Calculs statiques	26
4.2.2	Analyse modale	27
4.2.3	Calcul temporel	28
4.2.4	Comparaison numérique expérience	29
4.3	Essais sur grand planchers	32
4.3.1	Difficultés particulières	32
4.3.2	Analyse modale – plancher traditionnel	32
4.3.3	Calcul temporel	38
4.4	Analyse modale plancher CLT	41
5.	Méthodologie de calcul simplifié des modes de vibrations de planchers bois	45
5.1	Généralité sur la dynamique des plaques	45
5.1.1	Fréquence	45
5.1.2	Masse modale	46
5.1.3	Type de plancher	46
5.2	Méthodologie de détermination de la fréquence avec des coefficients multiplicateurs	47

5.2.1	Facteur R_c - Prise en compte de la continuité du plancher et de la souplesse des sommiers	48
•	Plancher appuyé sur un voile et sur un sommier	48
•	Plancher continu avec un appui intermédiaire.....	49
•	Plancher continu avec deux appuis intermédiaires et deux travées de même longueur.....	53
•	Plancher avec n appui intermédiaire	53
•	Autres configurations	54
5.2.2	Facteur R_λ - Prise en compte de l'orthotropie.....	54
5.2.3	RF - Prise en compte de la raideur des voiles.....	55
•	Cas d'un plancher sur deux appuis	55
•	Cas d'un plancher sur quatre appuis	60
5.2.4	Commentaires sur la prise en compte des efforts aux appuis	62
5.3	Prise en compte des éléments non structuraux	62
5.3.1	Cas d'un plancher sur deux appuis	62
5.3.2	Cas d'un plancher sur quatre appuis	63
5.3.3	Ajout de rigidité	63
5.4	Méthodologie de calcul.....	64
6.	Exemples d'application pour des cas réels.....	65
7.	Caractérisation expérimentale de l'effet de la marche sur le plancher	65
7.1	Présentation des essais	65
7.2	Remarque : Valeur d'accélération expérimentale représentative	65
7.3	Essais de calage	67
7.4	Essai statistique	68
8.	Approche formelle d'estimation des déplacements et accélérations due à la marche	70
8.1	Description de la sollicitation	70
8.1.1	Individu isolé	70
8.1.2	Groupe sans coordination.....	73
8.1.3	Groupe effectuant une activité coordonnée.....	73
8.1.4	Autres sollicitations	74
8.2	Spectre de réponse	74
8.2.1	Sollicitation due à un individu isolé	74
8.2.2	Sollicitation rythmique.....	76
8.3	Compréhension physique de la réponse d'un plancher à l'aide d'un oscillateur simple.....	77
8.4	Estimation de l'accélération induite par la marche	79
8.4.1	Plancher à faible fréquence de résonance	79
8.4.2	Plancher à forte fréquence de résonance	80
8.4.3	Applications aux essais	81
9.	Modélisation numérique de la marche	83
9.1	Présentation de la simulation.....	83
9.2	Description de la modélisation	83
9.3	Essais de calibration.....	84
9.4	Analyse statistique.....	86

9.5	Comparaison numérique-expérimentale	88
9.6	Analyse de l'effet de la trajectoire	90
10.	Analyse des critères de design actuels concernant la vibration des planchers bois.....	91
10.1	Inventaire des méthodes pour estimer le confort d'un plancher	91
10.2	Comparaison des critères	93
10.3	Définition d'un critère harmonisé	95
11.	Conclusion et perspectives.....	96
12.	Bibliographie	96
13.	Table des figures.....	100
14.	Table des tableaux	102

1. Acronyme et nomenclature

$E_L, E_T, E_R, G_{TL}, G_{LR}, G_{RT}$	Modules d'Young et de cisaillement des matériaux [Pa]
ρ	Masse volumique [kg/m^3]
$u(z, t), v(z, t), a(z, t)$	Déplacement [m], vitesse [m/s], accélération [m/s^2]
ξ	Amortissement en % de l'amortissement critique
I_i	Inertie quadratique suivant la direction i [m^4]
m	Masse [kg]
D_i	Module de flexion de plaque dans la direction i [$N.m$]
h	Epaisseur de plaque [m]
a, b	Grand coté et petit coté d'une plaque [m]
ν	Coefficient de poisson
dt	Pas de temps pour le calcul numérique [s]
f	Fréquence [Hz]
f_i	Fréquence du i-ème mode de type poutre
$f_{m,n}$	Fréquence (m,n) d'une plaque
Φ	Matrice des déformées modales
m^*	Masse modale
k	Raideur [N/m]
R_c	Ratio permettant de prendre en compte l'effet des appuis sur le calcul de la fréquence
R_λ	Ratio permettant de prendre en compte l'effet de l'orthotropie sur le calcul de la fréquence
R_F	Ratio permettant de prendre en compte l'effet de la charge des voiles sur le calcul de la fréquence
M_f	Moment fléchissant [$N.m$]
θ	Angle de rotation [rad]
F, P	Chargement ponctuel [N] ou chargement réparti [N/m]
a_{RMS}	Accélération RMS (root mean square) [N/m^2]
Q	Chargement statique d'un individu (750N)
μ, σ	Moyenne et écart type

2. Introduction

2.1 Présentation du projet

Le confort des personnes face aux vibrations mécaniques et au rayonnement acoustique est prépondérant dans la définition de la qualité d'un bâtiment. Dans ce contexte, FCBA coordonne une étude avec pour objectif global de construire une démarche prédictive pour estimer de concert les confort vibratoire et acoustique des planchers bois soumis à la marche.

Le projet VIBOIS vise à analyser le comportement vibratoire des planchers sous différentes sollicitations, expérimentalement et numériquement, en fonction des dispositions constructives

prises en œuvre. La compréhension des phénomènes physiques intervenant dans le processus ainsi que les résultats expérimentaux permettront d'aboutir à des règles de dimensionnement.

2.2 Problématique

Ces problématiques de vibrations font intervenir des critères psycho-sensoriels qui sont liés à l'usage et à l'emplacement du plancher dans le bâtiment. Il est nécessaire de définir des paramètres physiques influant sur le confort vibratoire des individus. Ces grandeurs seront calculées pour différentes configurations de planchers et différentes sollicitations et seront comparées aux critères de confort établis dans la bibliographie.

Enfin, l'objectif est de définir des méthodes d'estimation simple de confort vibratoire d'un plancher, des méthodes et formules seront donc proposées en ce sens.

2.3 Planning

Le présent projet a débuté le 1^{er} janvier 2018 et a duré 3 ans. Les essais sur planchers de 1m de large se sont déroulés entre juillet 2018 et novembre 2018. Les essais sur grands planchers (largeur 4,5m) ont eu lieu entre février et juin 2019.

Les essais de marche ont eu lieu de juillet à octobre 2019 au sein du laboratoire de mécanique du FCBA.

2.4 Etat de l'art

La norme ISO 10137[1] guide le dimensionnement des planchers et des passerelles piétonnes vis-à-vis des vibrations. La norme vise à étudier l'impact de vibrations issues de différentes sources provenant de l'intérieur ou de l'extérieur du bâtiment sur un receveur dans le bâtiment. La source d'excitation principale étudiée est l'influence des activités humaines sur le plancher. La norme répertorie ces activités en plusieurs catégories :

- Activités coordonnées dans une zone donnée : activité sportive, danse, sauts coordonnés, spectacle...
- Marche au sein d'une structure
- Sollicitation ponctuelle (saut, chute d'objet ...)

Les méthodes d'évaluation de la réponse du plancher seront différentes dans chacun des cas. De la même façon, trois groupes de bâtiment sont dissociés, suivant les risques associés vis-à-vis des vibrations.

- Les bâtiments « sensibles », par exemple les salles d'opérations d'hôpitaux.
- Les bâtiments « réguliers », comme les bureaux ou habitations
- Les bâtiments d'activités comme les salles de sports, de concerts ou des usines d'industries lourdes.

Enfin, les vibrations ressenties seront classées en 5 catégories :

- a. Vibrations en dessous du seuil de perception
- b. Vibrations à peine sensible
- c. Vibrations perceptibles et alarmantes,
- d. Vibrations interférant grandement avec l'activité
- e. Possibilité de blessures et de risque de santé

La classe « a » peut-être dommageable pour des instruments de précision mais ne pose pas de problème pour l'activité humaine. En général, les individus commencent à émettre des commentaires négatifs sur le confort vibratoire d'un plancher à partir du début de la classe « c », c'est donc à ce niveau que se situe le seuil de confort.

La norme ISO 10137 fournit aussi des formules d'efforts issues de la marche et d'autres types de chargements dynamiques sous la forme de coefficients associés aux harmoniques du pas. Cette vision est développée dans la partie 8.1. Dans le cas d'un chargement de groupe, il est proposé d'affecter un facteur de coordination diminuant l'effort dynamique qui prend en compte la synchronisation plus ou moins élevée de la foule. Dans le cas d'activités de gymnastique, le facteur de coordination sera élevé, dans le cas d'un concert, la coordination sera très faible.

Un critère basé sur l'accélération RMS est proposé, pondéré de certains facteurs suivant le type d'habitation dans lequel les vibrations agissent.

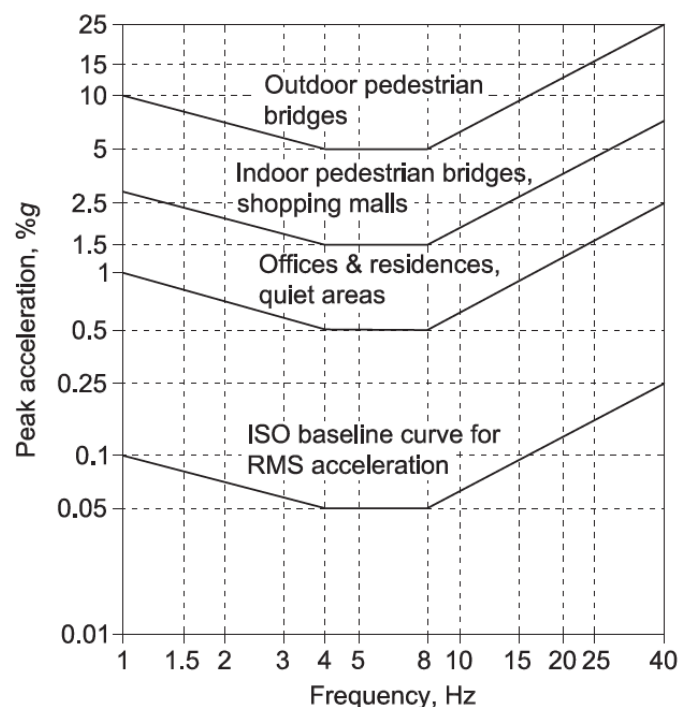


Figure 1 - Accélération maximale pour le confort vibratoire suivant le type de bâtiment [2]

A noter que ce critère ne se base que sur l'accélération ressentie par le receveur.

L'Eurocode 5 spécifique au plancher bois définit lui un certain nombre de critères pour assurer un confort vibratoire, indépendamment des méthodes développées dans la norme ISO. Seuls les planchers dont la fréquence de résonance est supérieure à 8Hz sont concernés par les recommandations, les autres doivent être étudiés indépendamment. La vitesse et la flèche du plancher soumis respectivement à une charge impulsionnelle et un chargement statique

doivent être inférieures à une certaine valeur donnée par la Figure 2. Ce critère est issu des travaux de Ohlsson en 1988 [3].

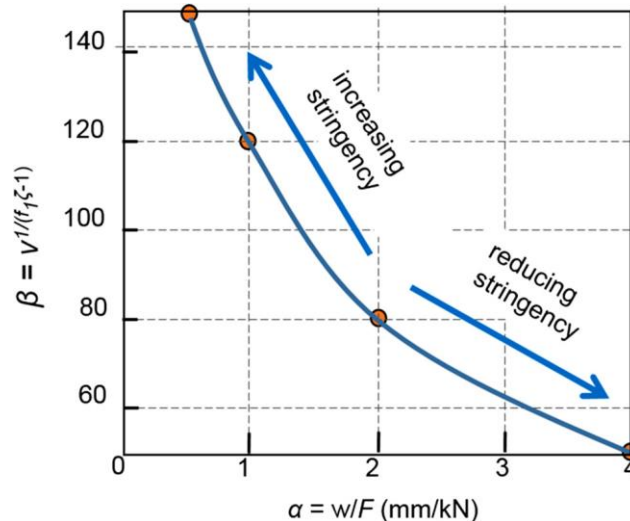


Figure 2 - Critère de confort vibratoire de l'Eurocode 5

Au-delà de ces normes, un certain nombre de guides de conception existe pour concevoir des planchers respectant des exigences en terme de confort vibratoire. On peut citer notamment le guide de l'American institute of Steel [2]. Ce guide est très proche de la norme 10137 avec lequel il partage la formulation des efforts induits par les différentes activités humaines. Le guide vise à effectuer un calcul d'accélération en simplifiant le plancher par un oscillateur simple. Cette accélération est comparée à l'accélération maximale recommandée par la norme (Figure 1).

En Europe, le guide HIVOSS [4], dont est issu celui d'ArcelorMittal [5], vise à estimer le confort du plancher avec une méthode appelée OS-RMS 90 [6] (one step, root mean square), qui vise à donner la réponse maximale en vitesse d'un plancher pour 90% des types de pas existants (les caractéristiques des pas étudiés étant leurs fréquences et le poids du passant). Dans la même optique, des guides existent pour la vibration de passerelles, très sensibles aux vibrations du fait de leur portée importante [7], [8].

Ces guides disposent aussi de recommandations pour le calcul des modes de vibrations, leurs fréquences propres et leurs masses modales, sur la base d'abaques et de formulaires.

Récemment, des études spécifiques aux planchers bois ont montré que l'étude unique de l'accélération ou la vitesse du plancher soumis au chargement dynamique n'étaient pas suffisante pour qualifier la qualité d'un plancher en terme de confort vibratoire. Hu et Chui [9] ont proposé un critère empirique très simple basé sur un ratio entre la déformée statique d_1 et la fréquence du plancher f_1 :

$$\frac{f_1}{d_1^{0.44}} \geq 18,7 \quad (1)$$

Weckendorf a récemment résumé les différents types de critères existants et les a appliqué dans le cadre de planchers en CLT [10], [11]. Patricia Hamm a mis en avant que la connaissance de la fréquence propre n'était suffisante pour quantifier le confort, puisque certains planchers avec des fortes fréquences de résonnance (supérieures à 20Hz) étaient jugés inconfortables. Enfin, très récemment, en 2018, un groupe de chercheurs internationaux

s'est regroupé pour synthétiser les données des essais effectués et les critères issus des différentes recherches pour aboutir à un critère ISO satisfaisant [12]. Aucun compromis n'a pour l'instant été adopté.

2.5 Définition de critères de confort

L'inconfort dû aux vibrations de plancher est difficile à appréhender puisqu'il dépend d'a priori psycho-sensoriel. Ceci est particulièrement visible dans l'analyse bibliographique : de nombreux critères existent pour quantifier un seuil d'inconfort qui dépendent de plusieurs paramètres physiques, la fréquence de sollicitation, le déplacement, la vitesse ou l'accélération. Par exemple, on définit le seuil de confort :

- Pour la méthode OS-RMS₉₀ [6] : en fonction de la vitesse
- Pour le guide AISC [13] : en fonction de l'accélération
- Critère de Hu et Chui [9] : en fonction de la fréquence et de la flèche
- Eurocode 5 : En fonction de la fréquence, de la flèche et de la vitesse
- ...

Des essais sur de nombreux planchers en Allemagne [14] ont tendance à montrer que des planchers ayant pourtant des fréquences hautes sont jugés inconfortables tandis que des planchers entre 5-8Hz ne présentent pas de problèmes (voir figure ci-dessus).

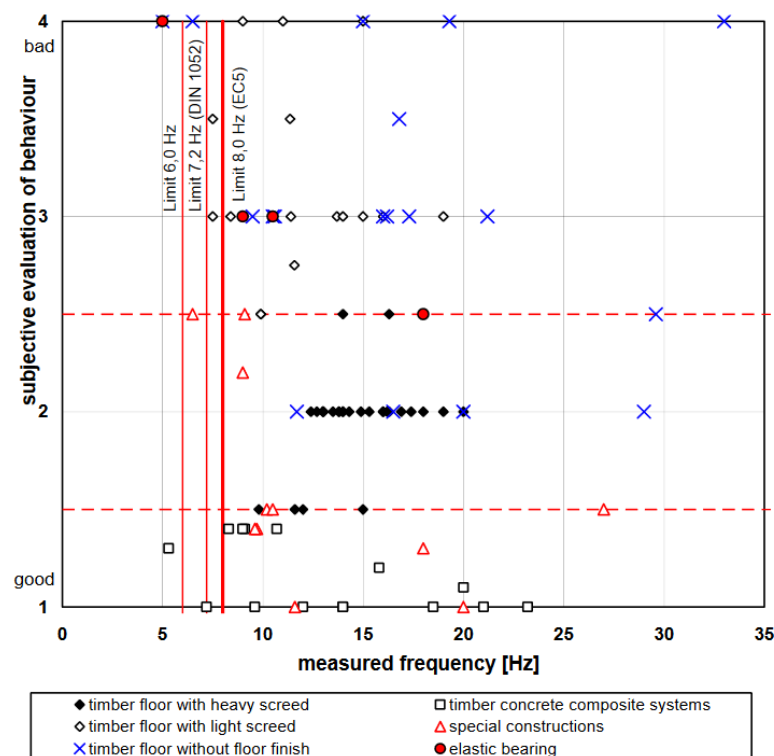


Figure 3 - Evaluation du confort pour différents types de plancher en fonction de leur fréquence [14]

Cette figure montre que la fréquence n'est pas un paramètre discriminant pour justifier du confort d'un plancher. A l'inverse, il semble que les planchers les plus souples (peu fixés ou sans fixation) soient les plus inconfortables, ce qui indique que les déplacements ont un rôle important dans la sensation de confort.

Certains auteurs ont cherché à définir des seuils de vibrations générant de l'inconfort, notamment les thèses de Liu [15] et Bellmann [16].

Récemment, des recherches sont menées pour harmoniser les critères de conformité et définir une norme ISO adaptée aux planchers bois [12].

2.6 Optimisation de l'amortissement structurel d'un plancher

La sensation d'inconfort liée aux vibrations sera moins importante si l'amortissement est grand. En effet, durant la marche, l'utilisateur est à la fois la source et le récepteur de la vibration. Si la vibration engendrée par un pas est fortement atténuée dès que l'utilisateur a effectué le pas suivant, la gêne sera peu importante. Un amortissement fort réduira significativement l'accélération ressentie.

Plusieurs solutions constructives existent pour optimiser l'amortissement structurel d'un plancher. La plupart ne sont pas spécifiques à un plancher bois. Une analyse bibliographique sur le sujet a été réalisée par Smiljana Petrovic [17].

La thèse de Falati [18] répertorie les éléments non structurels pouvant générer de l'amortissement dans le cas d'un plancher béton :

- L'ajout de faux plafond, notamment s'il n'est pas fixé de façon rigide, augmente l'amortissement du système.
- Les cloisons internes non structurales, surtout si elles ne sont fixées qu'en pied et perpendiculaire à la sollicitation, ajoutent de l'amortissement. Leur poids contribue néanmoins à en diminuer la fréquence fondamentale.
- Les cloisons hautes contribuent quant à elles à rigidifier le plancher appuyé dessus et apportent aussi de l'amortissement.
- Les charges sur les planchers vont contribuer à diminuer la fréquence fondamentale du 1^{er} mode du fait de leur masse mais augmentent l'amortissement structural.

Le projet HIVOSS [4] repris dans le guide d'Arcelor Mittal [19] propose un certain nombre d'amortissements à considérer suivant le type d'habitat :

Tableau 1 - Amortissement forfaitaire à ajouter suivant la technologie et l'usage du plancher [19]

Type	Amortissement (en % de l'amortissement critique)
Amortissement structurel D_1	
Bois	6%
Béton	2%
Acier	1%
Acier-Béton	1%
Amortissement dû aux éléments non structuraux D_2	
Bureaux traditionnel	2%
Open space	0%
Bureaux sans papier	1%
Bibliothèque	1%
Habitat individuel	1%
Ecole	0%
Gymnase	0%
Amortissement dû aux éléments de finition D_3	
Faux plafond	1%
Faux plancher	0%
Plancher flottant	1%
Amortissement total $D = D_1 + D_2 + D_3$	

L'incertitude sur ces valeurs est grande mais permet d'appréhender la physique de l'amortissement. Les structures en bois dissipent beaucoup d'énergie du fait des jeux et de la plasticité des assemblages métalliques utilisés. Les surfaces disposant de nombreux éléments « mobiles » telle que des cloisons, des armoires remplies ou des faux plafonds sont plus prompts à dissiper de l'énergie. A noter que les critères menant à un amortissement maximal ne sont pas forcément compatibles avec une bonne tenue statique des composants : par exemple, il est préférable du point de vue dynamique d'avoir un faux plafond peu maintenu ([18], tableau 6.3), ce qui ne sera pas forcément intéressant du point de vue de sa tenue statique.

3. Analyse modale expérimentale sur des planchers bois

3.1 Présentation des planchers et de leur caractéristique mécanique

Les deux planchers étudiés sont un plancher « traditionnel » constitué d'un assemblage de solives et panneaux OSB et un plancher CLT (Figure 4). Le bois est un matériau orthotrope avec une forte variabilité sur ses paramètres. De plus, dans le cas du CLT, Sa mise en œuvre avec un feuillet nécessite de faire certains calculs et approximations pour calculer ses propriétés.



Figure 4 - Plancher traditionnel (à gauche) et plancher CLT (à droite)

3.1.1 Plancher traditionnel

Le plancher traditionnel est composé d'un assemblage de solives en bois brut et de panneaux OSB en bois collé. Ses propriétés mécaniques sont relativement simples à obtenir, même si la variabilité importante des paramètres mécaniques de solives peut mener à des hétérogénéités dans le comportement du plancher.

Le tableau suivant donne les ordres de grandeurs des paramètres matériaux pour les solives, en considérant un pin ou un épicéa donné dans l'ouvrage de D. Guitard [20]. Les indices L, R et T correspondent respectivement à la direction des fibres, à la direction radiale et à la direction transverse aux fibres. Ces valeurs sont à nuancer suivant l'essence étudié. L'incertitude sur chacun des paramètres est de l'ordre de 20%.

Tableau 2 - Ordre de grandeur des paramètres matériaux pour des solives en pins ou en épicéa.

Paramètre	Nom	Ordre de grandeur
Module d'Young dans le sens des fibres	E_L	10000MPa
Module d'Young radial	E_r	750 MPa
Module d'Young transverse	E_T	500Mpa
Densité	ρ	450kg/m ³
Cisaillement perpendiculaire aux fibres	G_{TL} et G_{LR}	750Mpa
Cisaillement parallèle aux fibres	G_{RT}	100Mpa

Les panneaux OBS 3 ont une direction préférentielle de déformation. Leurs propriétés sont données par le constructeur et répertorié dans le tableau suivant. Les indices 1,2 et 3 correspondent respectivement à la direction préférentielle de la plaque, à la direction transverse de la plaque et à la direction normale à la plaque.

Tableau 3 - Paramètres matériaux de l'OSB3

Paramètre	Nom	Ordre de grandeur
Module d'Young dans le sens préférentiel	E_L	3500Mpa
Module d'Young radial	E_R	1400Mpa
Module d'Young transverse	E_T	320Mpa
Densité	ρ	590kg/m ³
Cisaillement perpendiculaire aux fibres	G_{LR} et G_{TL}	500Mpa
Cisaillement parallèle aux fibres	G_{RT}	50Mpa

3.1.2 Plancher CLT

Les planchers CLT sont composés d'assemblages de bois massif dans les deux directions. Le plancher est composé d'un nombre impair de plis, usuellement entre 3 et 7. Une représentation d'un CLT à 5 couches est donnée Figure 5

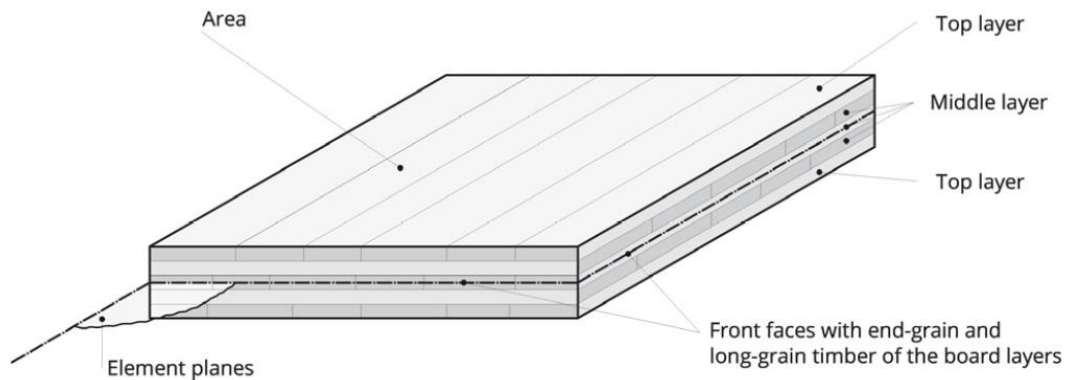
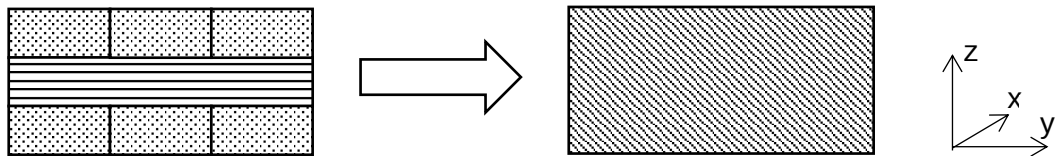


Figure 5 - Plancher CLT (REF Proholz)

Cette disposition permet d'avoir des bonnes propriétés dans les deux directions du plan et d'avoir un plancher sans solives. Les propriétés du CLT peuvent être déterminées à partir de la méthode des gammas ou des hypothèses de Timoshenko [21], [22].

En utilisant les hypothèses de Timoshenko et en supposant une portée infinie (pas de cisaillement), on peut déterminer les propriétés d'un matériau homogène équivalent. Les couches sont supposées jointives sans glissement.



Le rapport EI_i doit être le même entre le plancher réel et le plancher homogénéisé. Soit $E_{bx}, E_{by}, I_{by}, I_{bz}$ les modules d'élasticités et les inerties quadratiques du bois, $E_{hx}, E_{hy}, I_{hy}, I_{hz}$ les modules d'élasticités et inerties quadratiques du plancher homogène. En supposant que E_{by} est très faible et intervient peu dans le comportement mécanique du CLT, on trouve les égalités suivantes :

$$E_{hx} = E_{bx} \frac{I_{by}}{I_{hy}} , \quad E_{hy} = E_{bx} \frac{I_{bz}}{I_{hz}} \quad (2)$$

Dans le cas particulier d'un plancher CLT à trois couches, en supposant l'épaisseur des couches constante et un plancher carré.

$$E_{hx} = \frac{26}{27} E_{bx} , \quad E_{hy} = \frac{1}{27} E_{bx} \quad (3)$$

La souplesse du plancher dans le sens des couches inférieures et supérieures est pratiquement celle d'un bois massif. A l'inverse, dans le sens transversal, le plancher est bien plus souple. En réalité, les couches ne sont pas parfaitement collées entre elles, ce qui amène à des valeurs de E_{hx} plus faible.

Les modules de cisaillement sont calculés avec la formule de Park [23] dont la précision a été évaluée [24]. Le module de cisaillement est donné par la formule suivante, dans le cas particulier d'un CLT trois couches de même épaisseur :

$$G_{ij} = \frac{h^3 E_k}{6X} \quad (4)$$

$$\text{Avec } X = \frac{7h^3}{6} \frac{E_{k1}}{G_{ij1}} + h^3 \frac{E_{k1}}{G_{ij2}} + \frac{h^3}{6} \frac{E_{k2}}{G_{ij2}} + h^3 \frac{E_{i3}}{G_{ij2}} + \frac{7h^3}{6} \frac{E_{k3}}{G_{ij3}}$$

Soit G_{ij} le module de cisaillement du matériau homogène équivalent, E_k le module d'Young du bois dans la direction k , $E_{k1}, E_{k2}, E_{k3}, G_{ij1}, G_{ij2}, G_{ij3}$ les modules d'élasticité et de cisaillement dans les directions 1,2 et 3. h correspond à l'épaisseur de chaque couche.

Les différents calculs permettent d'obtenir les propriétés mécaniques du matériau homogène équivalent. Les valeurs sont données à titre indicatives pour un CLT avec trois couches d'épaisseur 40mm.

Tableau 4 - Ordre de grandeur des paramètres matériaux d'un plancher CLT 3 couches.

Paramètre	Nom	Ordre de grandeur
Module d'Young dans le sens des fibres des couches extrêmes	E_1	9500 MPa
Module d'Young dans le sens des fibres de la couche centrale	E_2	400Mpa
Module d'Young transverse	E_3	500Mpa
Densité	ρ	440kg/m ³
Cisaillement 1	G_{12}	250Mpa
Cisaillement 2	G_{31}	150Mpa
Cisaillement 3	G_{23}	50Mpa
Coefficient de poisson 12	ν_{12}	0,3
Coefficient de poisson 13	ν_{13}	0,18
Coefficient de poisson 23	ν_{23}	0,5

Le coefficient de poisson est calculé d'après la formule :

$$\nu_{kj} = \frac{\sum h_i \nu_{kji}}{\sum h_i}$$

Avec i les numéro des couches.

Plusieurs campagnes d'essais ont eu lieu : d'abord sur des portions de plancher réduite où l'on s'est intéressé à l'influence de la force verticale générée par un voile sur le comportement dynamique du plancher. Puis sur des planchers entiers dont les modes ont été établies et sur lesquels on est venu tester l'effet de la marche ou de la course.

3.2 Essais sur planchers réduits

3.2.1 Présentation des essais

Des essais ont été réalisés sur des planchers de type CLT et traditionnel (solive + plaque OSB) illustré sur la Figure 4. Leurs dimensions sont 4.5x1m et 2x1m. Les masses des solives, des plaques OSB et des planchers CLT ont été mesuré. La raideur des solives prises individuellement ainsi que les planchers traditionnels et CLT ont été calculés à partir d'un essai de flexion 4 points.

Ces planchers ont été soumis à plusieurs conditions aux limites (voir Figure 6).



Figure 6 - Condition aux limites : appui simple (à gauche), serré (à droite)

Soit le contact est établi sur une ligne, dans ce cas on considère un appui simple, soit un effort de serrage est appliqué et le moment aux appuis n'est plus nulle. La rigidité de la condition aux limites est dépendante de la force de serrage. Une caisse massive a été placée au centre de la poutre pour tester l'influence d'une charge ponctuelle sur le comportement dynamique du plancher.

Des accéléromètres ont été placés sur les planchers et des essais au marteau de choc ont été réalisés. Les réponses en fréquence (ou FRF pour Frequency Response Function) permettent de déterminer les modes de vibrations de la structure ainsi que l'allure des déformées modales.

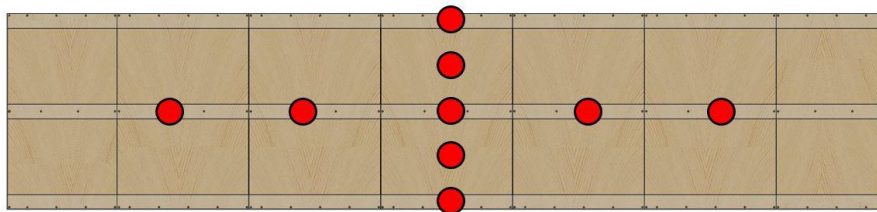


Figure 7 - position des accéléromètres

Les réponses impulsionnelles des capteurs ont été analysés pour en déduire la fréquence fondamentale du plancher réduit. Des essais ont été réalisés pour les deux types de planchers, pour deux longueurs caractéristiques (4,5m et 2m), pour différents efforts de serrage aux extrémités et en ajoutant ou non une charge au centre du plancher.

3.2.1 Résultats

Se référer au rapport d'essai pour des résultats détaillés [25].

Les fréquences propres des planchers courts et longs ont été mesuré suivant à la fois la charge aux appuis et la masse éventuellement appliqué au centre de la poutre. L'ensemble des résultats est détaillée dans le Tableau 5 et le Tableau 6.

Tableau 5 - Fréquence fondamentale obtenue pour la poutre longue (4.5m)

	Construction	Largeur	Longueur	Essai marteau		Essai impulsion libre	
				vide	chargé 300kg	vide	chargé 300kg
Appuis simples	Traditionnelle 403/18/10358.1	1m	4.5m	21.05	9.7	21.25	9.5
	CLT 403/18/11082.1			14.81	7.78	14.75	7.5
Appuis encastrés F = 835kg	Traditionnelle 403/18/10358.1	1m	4.5m	26.01	10.81	26.5	10.75
	CLT 403/18/11082.1			18.1	8.78	18	8.5
Appuis encastrés F = 1670kg	Traditionnelle 403/18/10358.1	1m	4.5m	27.63	10.63		
	CLT 403/18/11082.1			19.21	9.25		
Appuis encastrés F = 3340kg	Traditionnelle 403/18/10358.1	1m	4.5m	28.5	10.9		
	CLT 403/18/11082.1			19.8	9.4		

Tableau 6 - Fréquence fondamentale obtenue pour la poutre courte (2m)

	Construction	Largeur	Longueur	Essai marteau		Essai impulsion libre	
				vide	chargé 300kg	vide	chargé 300kg
Appuis simples	Traditionnelle 403/18/10358.2	1m	2m	/	21.45	/	21.25
	CLT 403/18/11082.3			66.95	25.87	64	26
Appuis encastrés F = 835kg	Traditionnelle 403/18/10358.2	1m	2m	/	23		
	CLT 403/18/11082.3			77.36	27.9		
Appuis encastrés F = 1670kg	Traditionnelle 403/18/10358.2	1m	2m	/	23.8		
	CLT 403/18/11082.3			84.4	28.9		
Appuis encastrés F = 3340kg	Traditionnelle 403/18/10358.2	1m	2m	/	24.5		
	CLT 403/18/11082.3			88.17	29.5		

Les essais au marteau et en impulsion libre donnent sensiblement les mêmes résultats. Les essais au marteau ont donc été préférés pour leur simplicité. Les cases non remplies correspondent à des essais dont les fréquences propres ne sont pas identifiables.

On observe une augmentation modérée de la fréquence propre des plancher lorsque l'on augmente la charge aux appuis. De plus, la charge au centre diminue très sensiblement la valeur de la fréquence fondamentale.

3.3 Essais sur grands planchers

3.3.1 Présentation des essais

Se référer au rapport d'essais N° 403 / 18 / 10358 – 11082 – 1 Phase 2.

Des essais ont été réalisés sur des planchers de taille représentative (4,5x4,5m). Des mesures au marteau de choc ont permis de la même façon d'identifier les fréquences de résonance, les déformées modales et les amortissements modaux des planchers.

Les planchers traditionnels et CLT sont représentés dans les figures suivantes

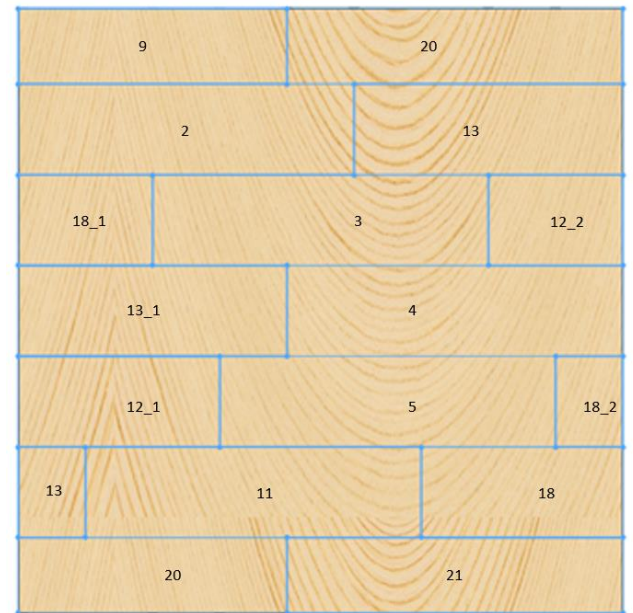
17



Figure 9 - Plancher CLT avec sa feuillure

Les planchers reposent sur des appuis bois sur deux des quatre cotés. La longueur en appuis vaut 145mm. Une charge linéique d'environ 100 kg/m est appliquée sur la partie supérieure des planchers de manière à plaquer les planchers sur les appuis et de compenser les défauts de planéité. Cette charge n'influe très peu sur le comportement dynamique des planchers car de par sa position elle ne sera pas mise en mouvement.



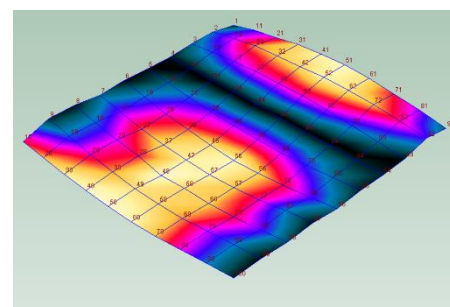
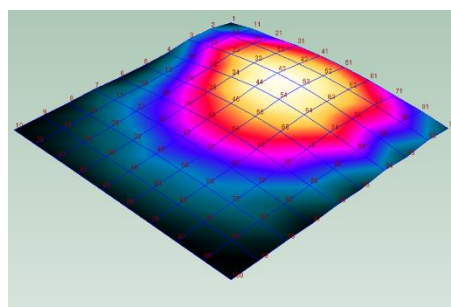
Figure 10 - Configuration d'essai pour le plancher CLT

Des passerelles sont mises en place par-dessus les planchers afin que l'opérateur atteigne les zones d'impact sans modifier le chargement de ce dernier.

On cherche à reproduire une condition aux limites d'appui parfait, or les défauts de rectitude engendrent un appui complexe. Nous nous sommes basés sur les expériences menées par l'université de Galway [26] pour définir les conditions d'essais : le plancher sera appuyé sur deux voiles de courtes hauteurs en CLT et des vis de $\varnothing = 6\text{mm}$ lient le plancher et les voiles avec un espacement de 15mm. Cette précaution est absolument nécessaire : sans cela les défauts de rectitude font chuter fortement la fréquence du 1^{er} mode de vibration. En mettant des vis relativement souples en flexion, on s'approche de la condition d'appui idéal, puisque peu de moment est généré mais le mouvement vertical est complètement bloqué.

3.3.2 Résultats

Les figures suivantes illustrent la forme des modes observés expérimentalement pour les deux planchers. Le Tableau 7 résume les fréquences et amortissements des modes expérimentaux.



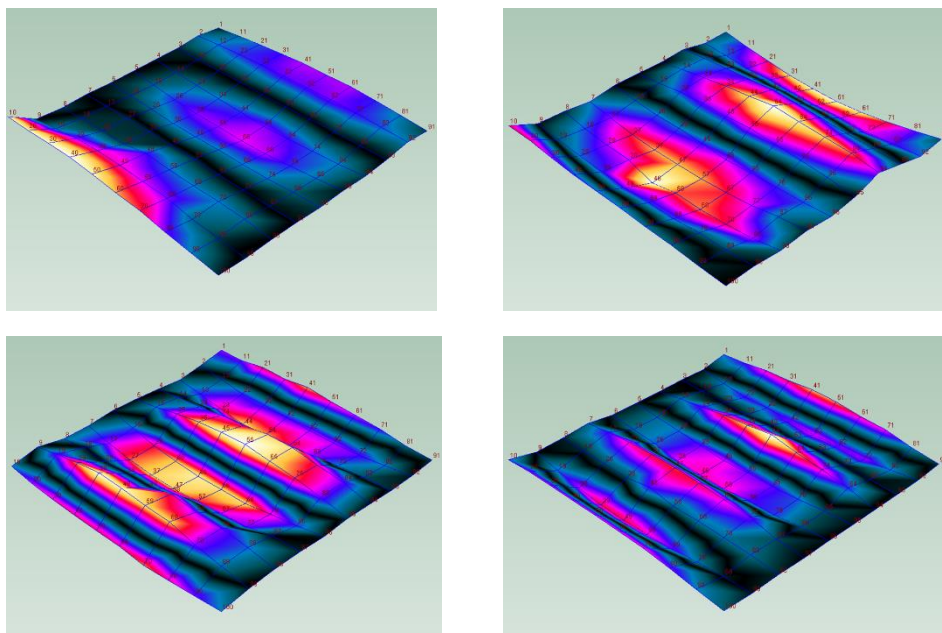


Figure 11 - Les 6 premiers modes de vibrations relevées du plancher traditionnel

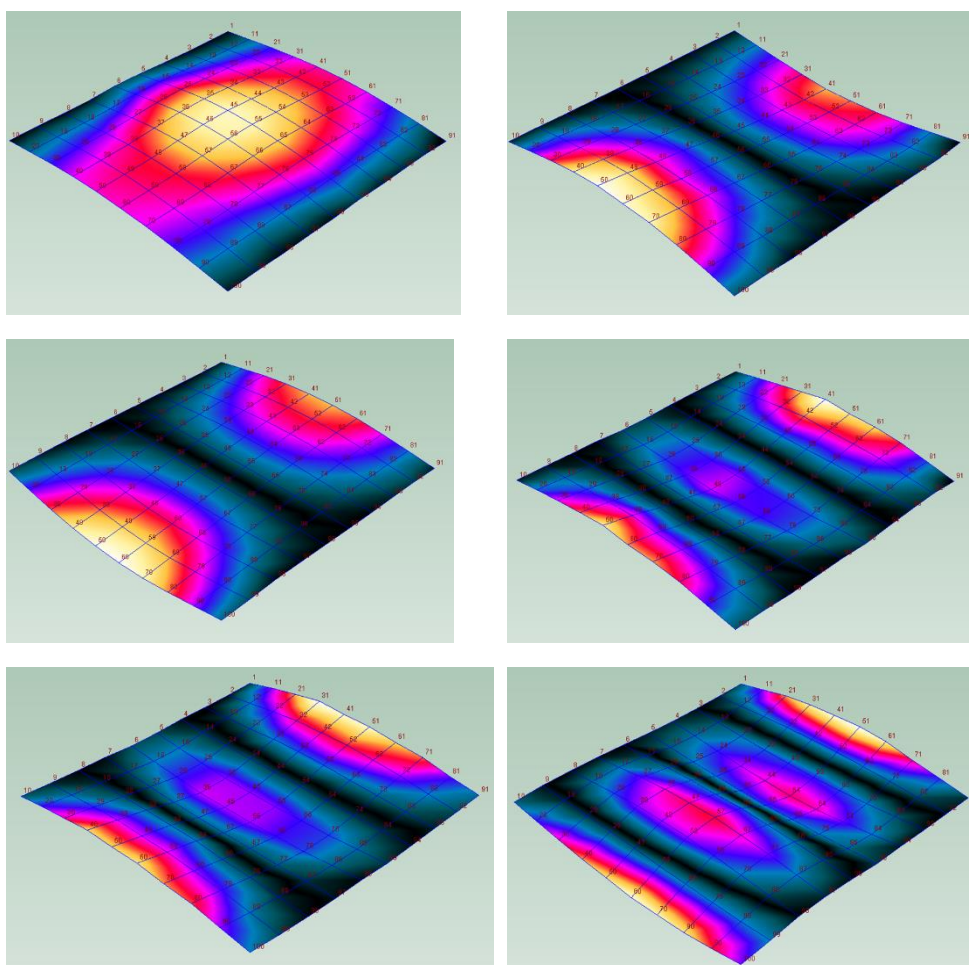


Figure 12 - Les 6 premiers modes relevés du plancher CLT

Tableau 7 - Fréquences propres et amortissements obtenus expérimentalement

Plancher	Dimensions (m)	Fréquence de résonance (Hz)	Amortissement (%)
Traditionnelle	4,5m x 4.5m	16,4	2,0
		18,6	2,7
		19,1	2,2
		21,5	3,8
		38,6	8,7
CLT		13,4	1,39
		15,9	1,26
		19,7	1,07
		31,6	1,1
		43,5	1,15

4. Analyse modale numérique et comparaison essais-calculs

La modélisation numérique a été réalisée sur le logiciel éléments finis CAST3M.

4.1 Maillages

4.1.1 Maillage plancher réduit

Les maillages sont réalisés avec des éléments prismatiques à 6 nœuds ou des éléments cubiques à 8 nœuds. (Les fonctions d'interpolation sont donc linéaires). Le maillage du plancher CLT réduit est présenté à la Figure 13 (à gauche). Les éléments rouges correspondent aux éléments subissant le serrage, les éléments violets à l'emplacement de la masse ajoutée. Le maillage du plancher traditionnel est représenté à la Figure 13 (à droite). Pour ce plancher, la plaque en métal d'appui (en bleu) a dû être représenté en élément fini afin d'avoir une bonne répartition des efforts de serrage entre les solives et la plaque OSB. Les conditions aux limites sont unilatérales : on considère que le plancher ne peut pas rebondir, donc le déplacement vertical de la ligne intérieure à l'appui (appelé ligne de contact) est considéré nul. Au niveau de la surface d'appui, le plancher est susceptible soit d'être en contact ou en décollement. Les zones où sont appliquées les conditions aux limites sont représentées sur la Figure 14. Le plancher traditionnel est composé de 3 solives et de 7 plaques OBS 3 (voir Figure 15). Le plancher est très fortement dissymétrique en terme de répartition de la masse : il y a près de 20% de différence entre la masse volumique de la solive 4 et de la solive 6.

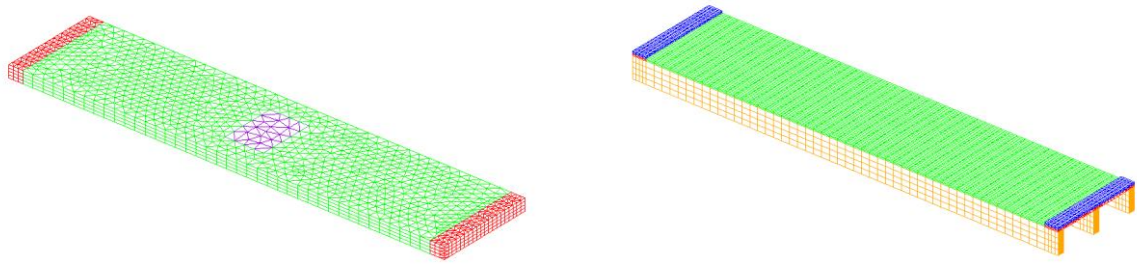


Figure 13 - Maillage du plancher CLT (à gauche) et du plancher traditionnel (à droite)

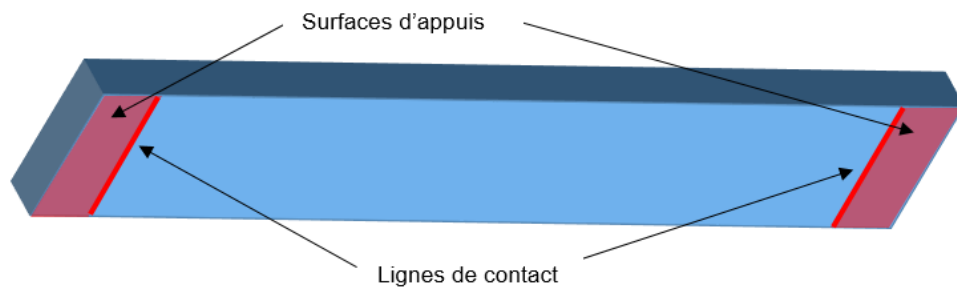


Figure 14 - Emplacement des conditions aux limites

S2						
	P17	P15	P15	P16	P16	P18
S6						
S4						

Figure 15 - Représentation schématique du plancher traditionnel

4.1.2 Maillage grands planchers

Pour le grand plancher (4,5m x 4,5m), le maillage est de la même façon réalisée avec des éléments cubiques linéaires.

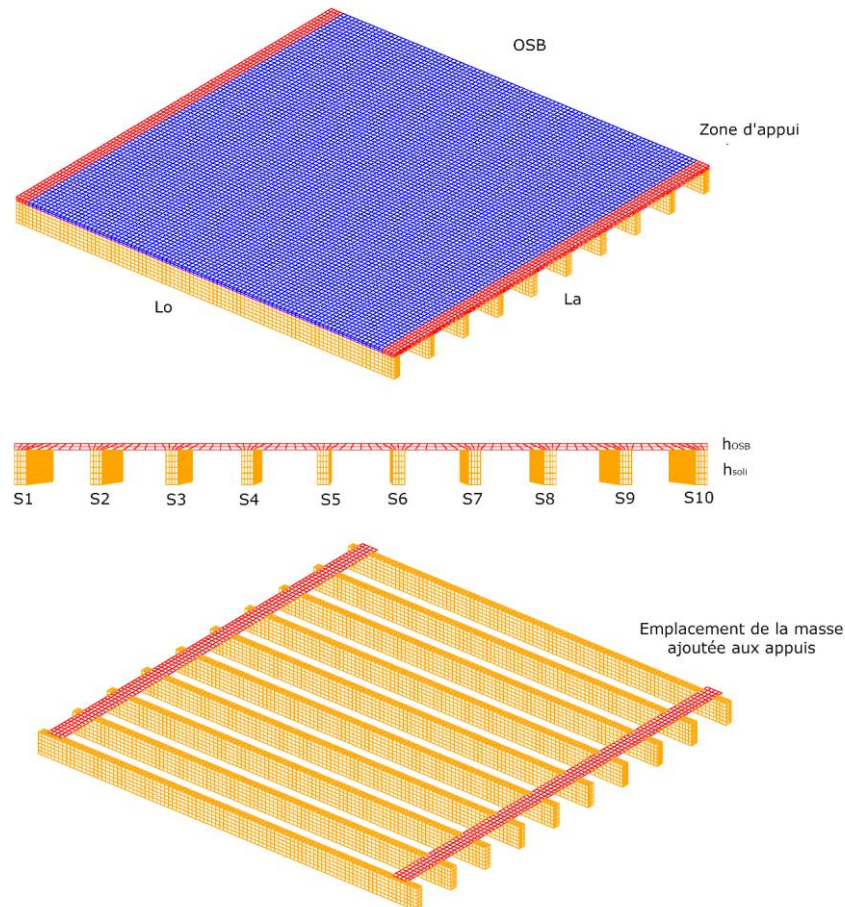


Figure 16 - Maillage du plancher traditionnel

Le maillage du plancher traditionnel est donné sur la Figure 16. Dans l'image du haut, le panneau OSB est représenté en bleu, la zone au-dessus des appuis en rouge et les solives en orange. Sur l'image, la zone rouge représentée correspond à l'emplacement de la masse ajoutée. Pour des raisons pratiques, elle est légèrement décalée de la zone d'appui pour permettre de positionner les capteurs. Sa ligne moyenne est positionnée à 20cm du bord pour une largeur de $\pm 10\text{cm}$.

Les caractéristiques du plancher traditionnel sont décrites dans le Tableau 8.

A noter que les panneaux OSB sont orientés dans la direction perpendiculaire aux solives, donc la direction longitudinale pour les panneaux OSB correspond à la direction radiale pour les solives et inversement.

Paramètres globaux		Paramètres solives			Autres paramètres	Solives	OSB
Longueur L_o	4.5m	S1	E_L	10,8	E_R	0,5	1,4
			ρ	413			
Largeur L_a	4.5m	S2	E_L	10,0	E_T	0,5	0,32
			ρ	407			
Hauteur solive h_{soliv}	227mm	S3	E_L	10,0	G_{LR}	0,6	0,5
			ρ	434			
Hauteur OSB h_{OSB}	40mm	S4	E_L	7,86	G_{LT}	0,6	0,5
			ρ	380			
Largeur solive	76mm	S5	E_L	9,01	G_{RT}	0,08	0,05
			ρ	403			
		S6	E_L	8,96	ν_{LR}	0,39	0,3
			ρ	385			
		S7	E_L	10,8	ν_{LT}	0,43	0,3
			ρ	415			
		S8	E_L	12,5	ν_{RT}	0,51	0,3
			ρ	452			
		S9	E_L	12,2	E_L	/	3,5
			ρ	448			
		S10	E_L	9,72	ρ	/	590

Tableau 8 - Paramètres du grand plancher traditionnel
Tous les modules sont exprimés en GPa et les masses volumiques en kg/m^3

Le grand plancher CLT diffère du petit plancher précédent par la présence d'une feuilure qui relie deux portions de CLT distinctes (Figure 17). Cette feuilure a un impact limité sur les fréquences du plancher, mais modifie légèrement la forme des déformées modales.

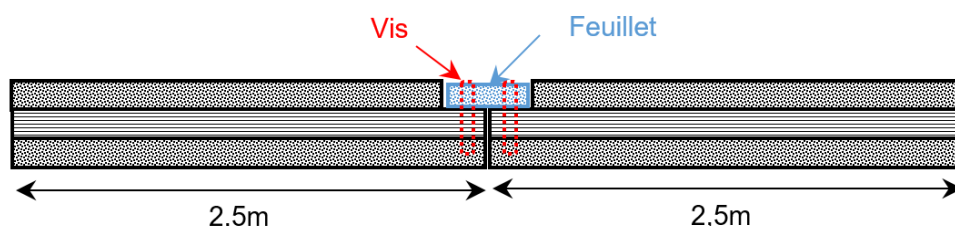


Figure 17 - Représentation schématique du CLT en deux parties avec le feuillet de raccord.

Le modèle numérique utilise uniquement des éléments cubiques linéaires. Sur la Figure 18 est représenté le modèle multicouche. Les deux cotés d'appuis sont maillés plus finement pour bien représenter les conditions aux limites. Les couches superposées sont représentées : les éléments extérieurs (en rouge) ont leurs axes forts perpendiculaire aux cotés appuyés tandis que la couche centrale (orange). Le feuillet, représenté en bleu, est lié à la couche centrale par des ressorts de rigidité k_r , représentatif de la raideur des vis. Enfin, les deux parties du planchers CLT, à gauche et à droite) sont complètement disjointes (sans frottement) à l'exception de la liaison créée par le feuillet.

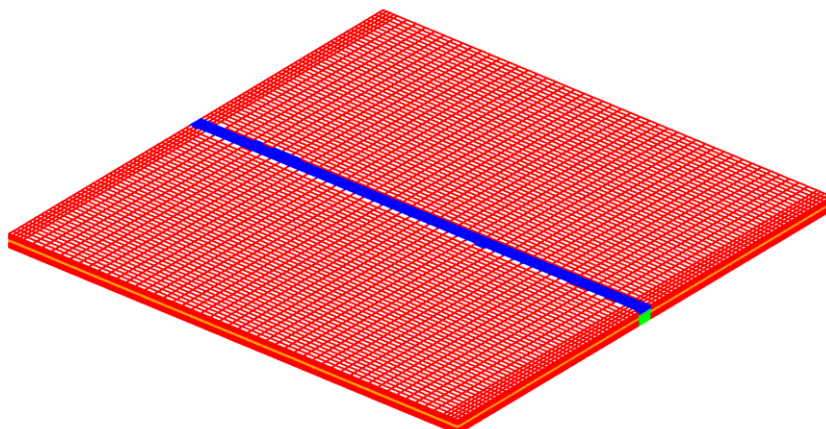


Figure 18 - Modèle numérique massif du plancher CLT

Un deuxième maillage plus simple, constitué d'éléments coques, est aussi envisagé. Il suppose que l'impact du feuillet (et des vis le liant avec les couches du CLT) sur le comportement dynamique du plancher est limité. Il est représenté ici mais a les mêmes propriétés que le reste de la plaque. Les valeurs des paramètres données aux coques sont les valeurs homogénéisées données dans le §3.1.2.

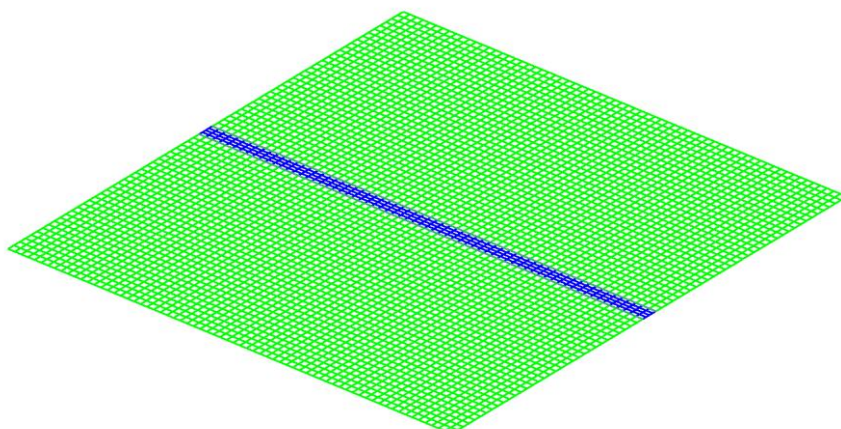


Figure 19 - Modèle numérique surfacique du plancher CLT.

Les paramètres du plancher sont détaillés dans le Tableau 9.

Longueur	Largeur	Ep couche	Ep Appui	ρ
4,5	4,5	0,04	0,145	440
$E_x (E_0)$	$E_y (E_{90})$	$E_z (E_{90})$	G_{xy}	G_{xz}
$11.10^9 N/m^2$	$0,6.10^9 N/m^2$	$0,5.10^9 N/m^2$	$0,75.10^9 N/m^2$	$0,75.10^9 N/m^2$
G_{yz}	ν_{xy}	ν_{xz}	ν_{yz}	Larg feuillet
$0,05.10^9 N/m^2$	0,43	0,39	0,51	0,3m

Tableau 9 - Paramètre du grand plancher CLT – Modèle volumique

Longueur	Largeur	Epaisseur	Ep appui	ρ
4,5	4,5	0,12	0,145	440
$E_x (E_0)$	$E_y (E_{90})$	G_{xy}	G_{xz}	G_{yz}
$9,3.10^9 N/m^2$	$0,4.10^9 N/m^2$	$0,25.10^9 N/m^2$	$0,15.10^9 N/m^2$	$0,05.10^9 N/m^2$
ν	Larg feuillet			
0,3	0,3m			

Tableau 10 - Paramètre du grand plancher CLT – Modèle surfacique homogénéisé

4.2 Essais sur planchers réduits

4.2.1 Calculs statiques

Des calculs statiques ont été menées afin d'analyser le comportement des planchers lorsqu'ils sont soumis à un effort de serrage, pour comprendre la relation entre le serrage aux extrémités et la raideur du plancher. La Figure 20 donne la déformée de la poutre soumise à un effort réparti et un une force de serrage.

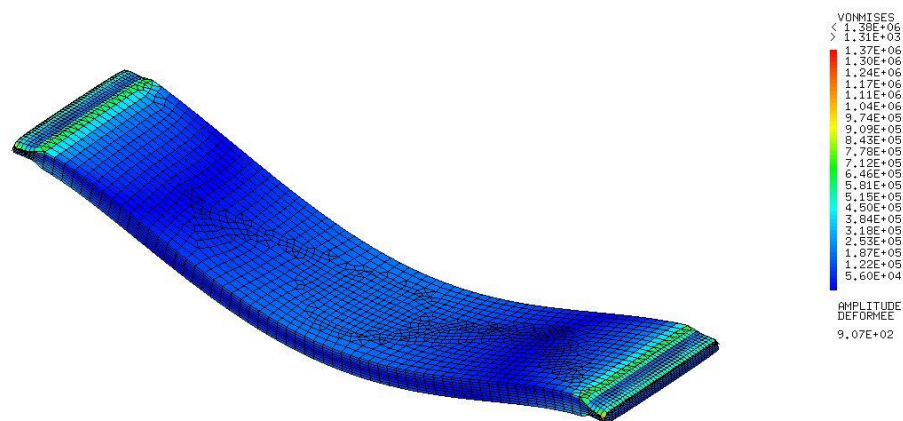


Figure 20 - Déformée et contrainte du plancher CLT soumis à son poids propre et à une force de serrage (fortement amplifié)

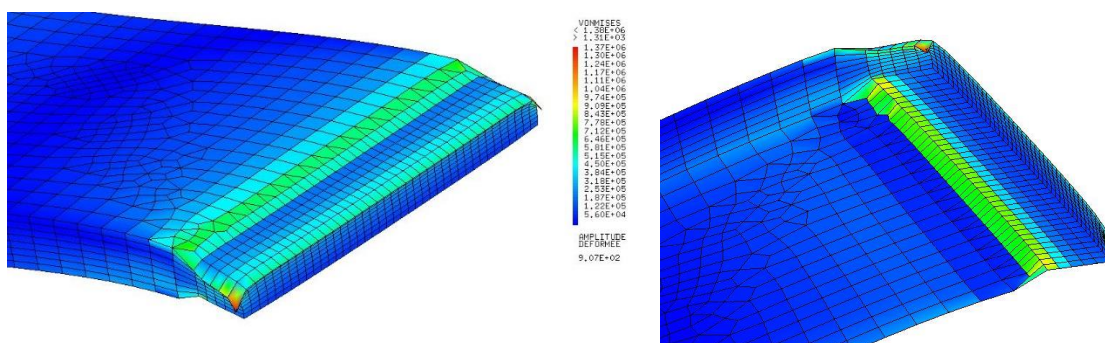


Figure 21 - Agrandissement sur les contraintes autour de la zone de serrage

La force de serrage crée un moment au niveau des conditions aux limites qui rigidifie la poutre. Cependant, cette force sollicite le plancher dans une direction où il est très souple ($E_z \approx 500 Mpa$), on observe donc aux extrémité un écrasement du bois sur la zone de serrage (Figure 21). On va donc accroître localement la déformabilité du bois. La force de serrage induit donc deux effets, un moment aux appuis qui accroît sa rigidité de flexion mais aussi une

déformation locale qui va avoir tendance à assouplir le système. Un accroissement de la force de serrage ne permettra donc pas de converger vers une solution encastree-encastree.

4.2.2 Analyse modale

Les premiers modes libres (en condition appuyé-appuyé, sans considérer le serrage) sont calculés pour les planchers traditionnels et CLT.

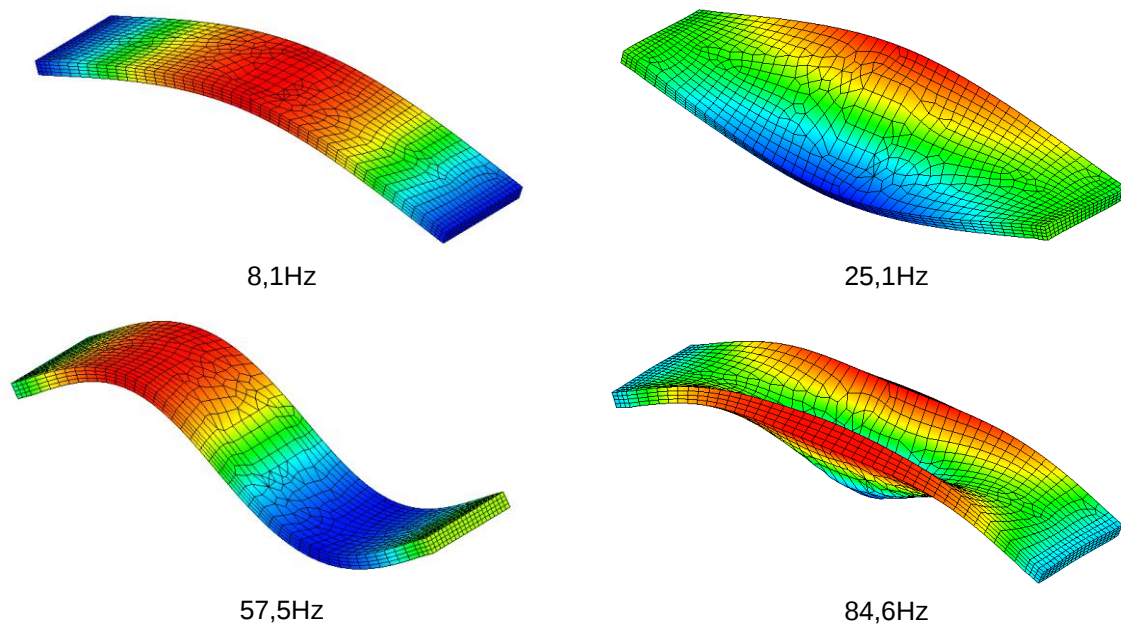


Figure 22 - 4 premiers modes du plancher réduit CLT (chargé au centre)

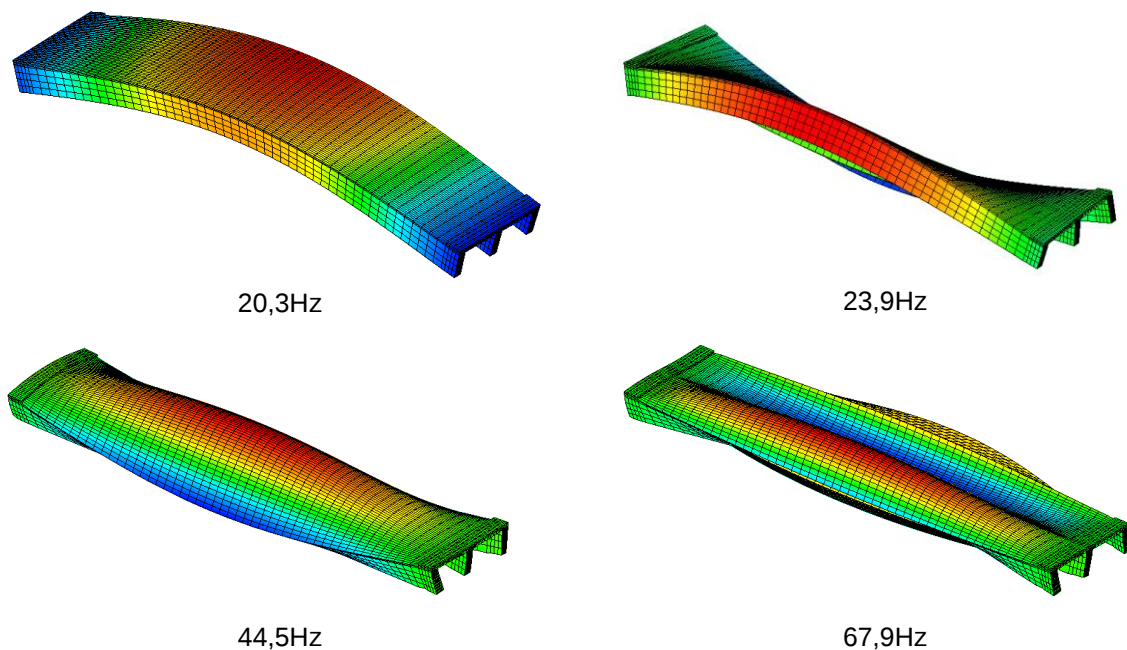


Figure 23 - 4 premiers modes de vibrations du plancher traditionnel

Il faut noter que les modes sont définis à une constante multiplicative près. Les modes 1 et 2 des planchers CLT et traditionnel sont donc du même type, et le mode 4 du plancher CLT correspond au mode 3 du plancher traditionnel. Du fait de la grande inertie des solives, le mode de flexion (mode 3 pour le plancher CLT) arrive à une fréquence beaucoup plus haute pour le plancher traditionnel. A l'inverse, les plaques OSB sont très souples, et on observe des modes de types plaques à relativement basse fréquence pour le plancher traditionnel (mode 3 et 4).

4.2.3 Calcul temporel

Pour les essais soumis à un chargement, les modes ne sont pas libres. L'influence de la force de serrage doit être prise en compte. Il a été choisi de résoudre le problème de la poutre soumise à un essai de lâcher afin d'en déduire la fréquence du premier mode propre.

- Chargement

Un essai de lâcher est reproduit. La poutre est soumise à un effort réparti puis cette effort est relâché et on observe la fréquence des oscillations en résultant. L'évolution temporelle de l'effort est représenté sur la 24.

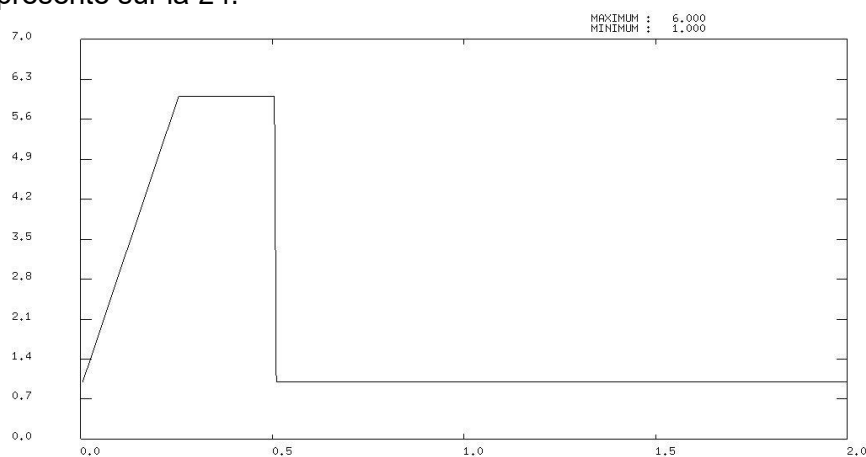


Figure 24 - Evolution de l'effort. L'ordonnée correspond à un facteur d'amplification du poids propre

L'effort de serrage est conservé constant durant toute la durée de l'essai.

- Calcul temporel

Le calcul est réalisé en résolvant l'équation de la dynamique avec un schéma d'intégration de Newmark implicite (accélération moyenne). On ne considère aucun amortissement. Le pas de temps de calcul utilisé est $dt = 5ms$ et le calcul est réalisé sur $2s$. Sur la Figure 25 est représenté le déplacement du point central de la poutre en fonction du temps pour un essai.

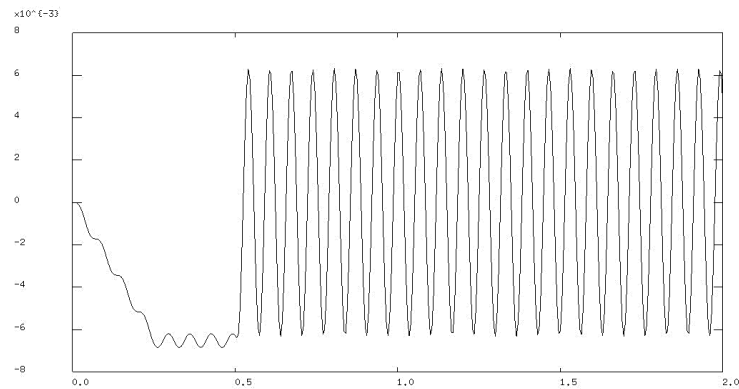


Figure 25 - Déplacement du point centrale de la poutre pour un essai de lâcher

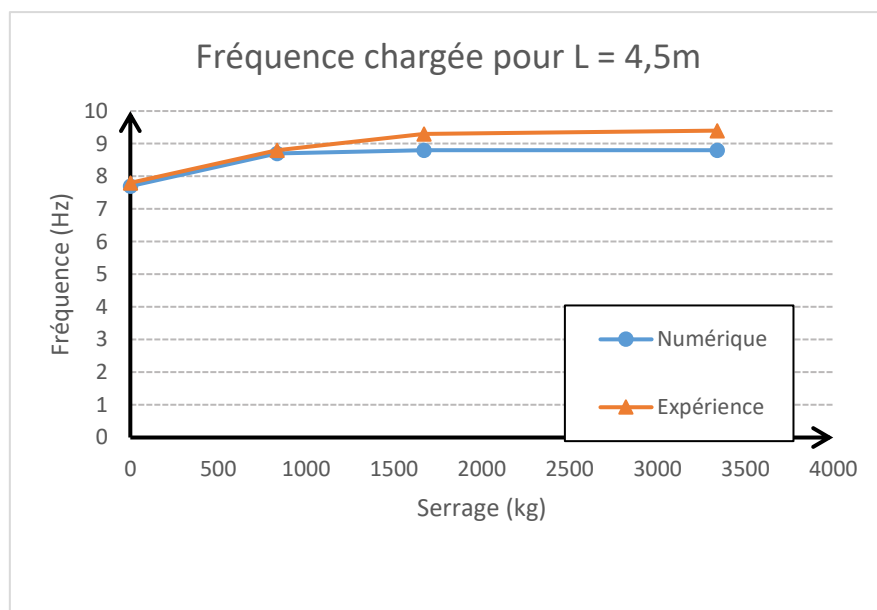
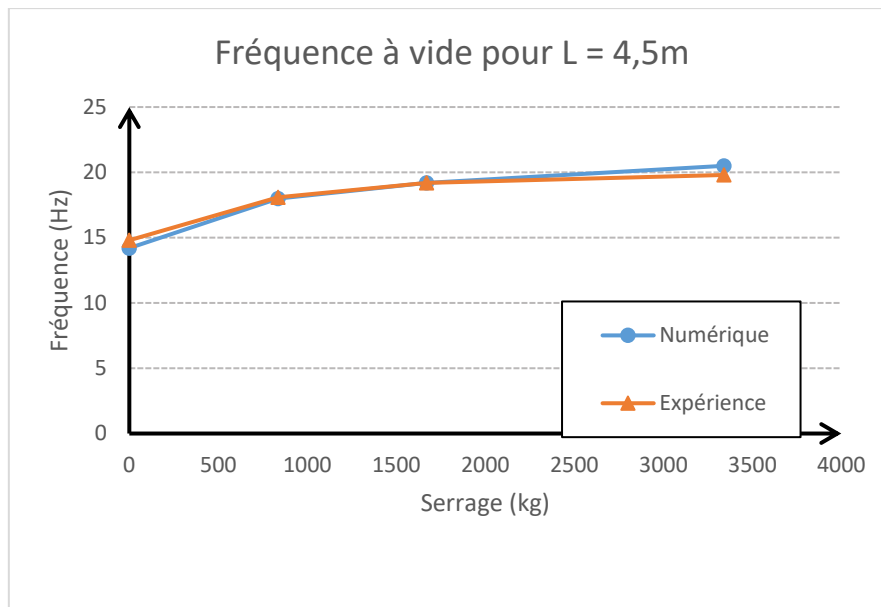
La fréquence des oscillations libres est identifiée par une analyse de Fourier et comparé à la fréquence mesurée expérimentalement.

4.2.4 Comparaison numérique expérience

Les graphes et tableaux suivant donnent les correspondances entre les résultats numériques et expérimentaux.

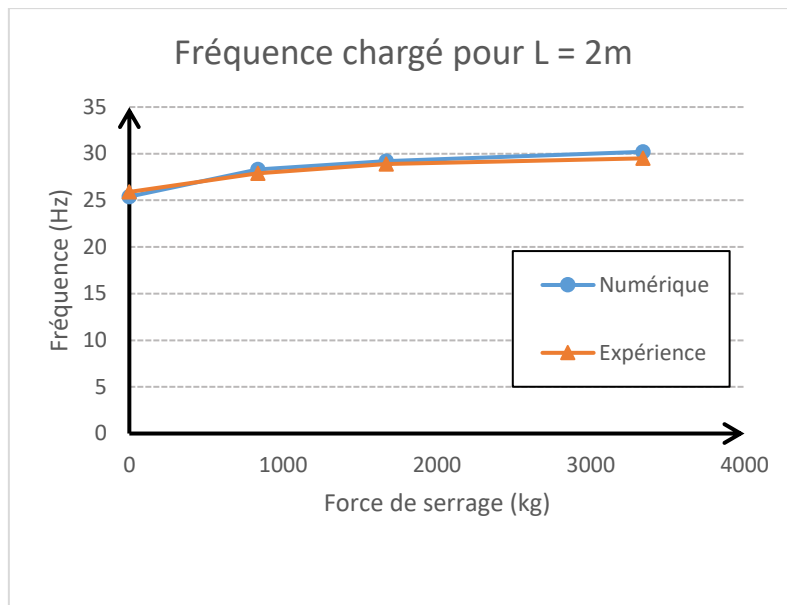
CLT	Expérience L = 4.5m		Numérique L=4.5m		Expérience L=2m	Numérique L=2m
	F (kg)	Vide	Chargé	Vide	Chargé	Chargé
0	14,8	7,8	14,2 (4%)	7,7 (1%)	25,9	25,4 (2%)
835	18,1	8,8	18 (1%)	8,7 (1%)	27,9	28,3 (1%)
1670	19,2	9,3	19,2 (0%)	8,8 (6%)	28,9	29,2 (1%)
3340	19,8	9,4	20,5 (3%)	8,8 (7%)	29,5	30,2 (2%)

Figure 26 - Fréquence propre du plancher CLT - Comparaison numérique expérimentale sur le 1^{er} mode propre (en Hz). Les chiffres entre parenthèse correspondent aux écarts numérique/expérience.



Les planchers de 2m non chargés donnent des fréquences propres très hautes complexes à retrouver numériquement (nécessite un pas de temps très faible) et dont les valeurs expérimentales sont incertaines (rebond du plancher lors de l'essai au marteau). Elles n'ont pas été retenues ici dans la comparaison numérique-expérimentale.

Globalement, les calculs éléments finis permettent d'estimer très finement les résultats expérimentaux.



Le maillage du plancher traditionnel est plus complexe et nécessite donc beaucoup plus de nœud. Du fait des conditions aux limites unilatérales (voir §3.2.1) les calculs sont non-linéaires et très longs. Pour avoir les moyens de réaliser ces calculs, il a été nécessaire de prendre un pas de temps le plus grand ($dt = 1.10^{-3}s$), ne respectant pas la condition issue de [27]:

$$dt < \frac{1}{10f}$$

Avec f la fréquence d'intérêt.

Traditionnel	Expérience L = 4.5m		Numérique L=4.5m	
F (kg)	Vide	Chargé	Vide	Chargé
0	21,05	9,7	21,5 (2%)	9,5 (2%)
835	26,	10,2	26,01	10,8
1670	27,4	10,5	27,6	10,6
3340	28,1	10,7	28,5	10,9

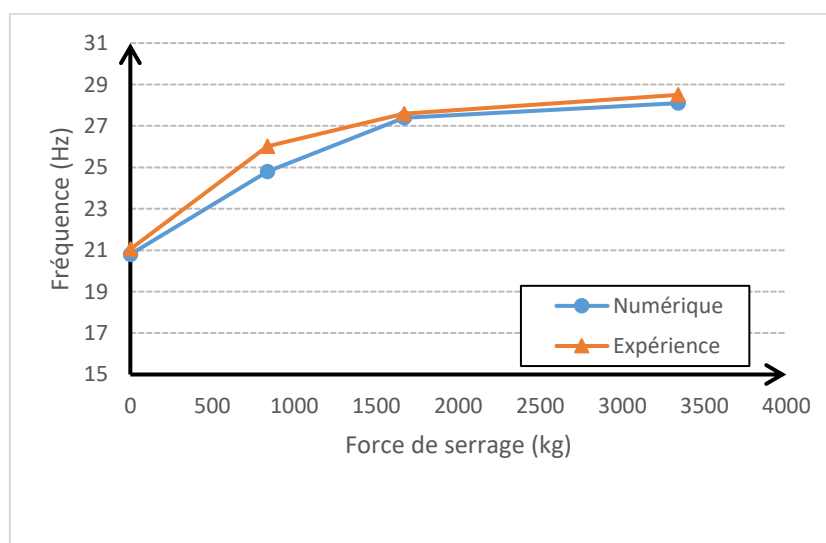


Figure 27 - Comparaison numérique-expérimentale plancher traditionnel 4,5m non chargé

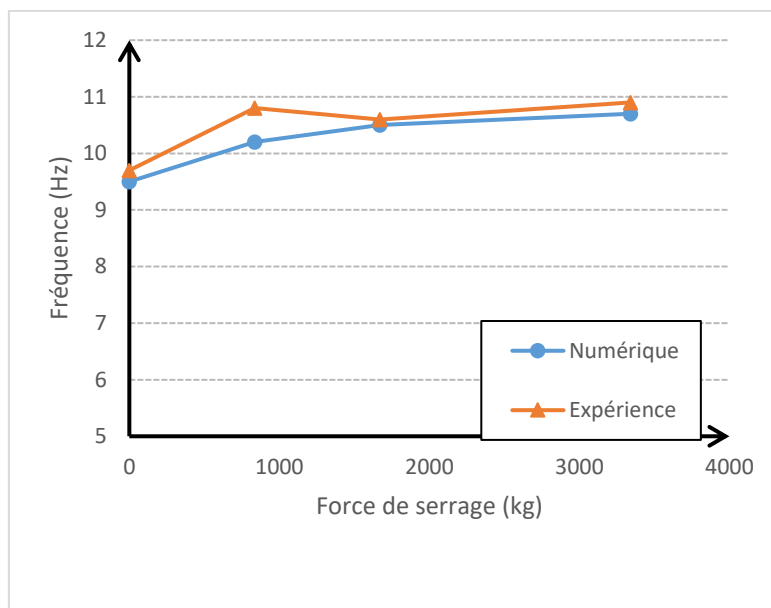


Figure 28 - Comparaison numérique-expérimentale plancher traditionnel 4,5m chargé

Les fréquences propres des planchers quelles que soient leurs dimensions et leurs conditions limites évoluent peu avec la force de serrage appliquée. L'ensemble des planchers suit un comportement asymptotique. L'estimation précise de la fréquence de résonance des planchers nécessite la connaissance d'un grand nombre de paramètres et une simulation numérique complexe mais elle permet de reproduire fidèlement le comportement dynamique d'un plancher traditionnel en vibration libre.

4.3 Essais sur grand planchers

4.3.1 Difficultés particulières

Les conditions aux limites (configuration appuyé-appuyé) étaient particulièrement complexes à obtenir expérimentalement. Sur le plancher traditionnel, les défauts de dimensions des solives impliquent un « pianotage » du plancher : un jeu demeure entre certaines solives et la ligne d'appui, ce qui modifie sensiblement ces propriétés vibratoires. Il a été choisi d'ajouter une ligne de masse au niveau des appuis (100kg/m) pour atténuer fortement ce phénomène. Sur le plancher CLT, le même type de défaut engendrait une variation importante de la fréquence propre obtenue expérimentalement. La masse n'étant pas suffisante, il a fallu clouer le plancher avec un morceau de plaque CLT utilisé comme voile pour revenir à une configuration réaliste et qu'il est possible de modéliser numériquement.

4.3.2 Analyse modale – plancher traditionnel

L'analyse modale expérimentale permet d'identifier les premiers modes de vibrations des planchers. Dans le cas des grands planchers, les FRFs ont été calculés en 100 points de mesures pour 6 points d'excitations. Il est alors possible de déterminer les fréquences et les formes de chaque mode sur le maillage formé par les capteurs. La Figure 29 donne un exemple de mesure sur le logiciel Brüel & Kjær.

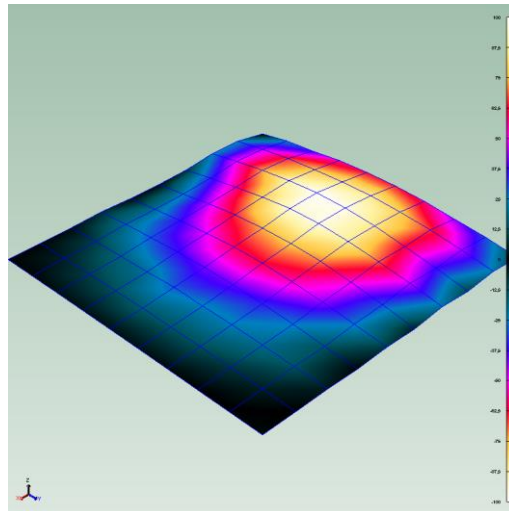
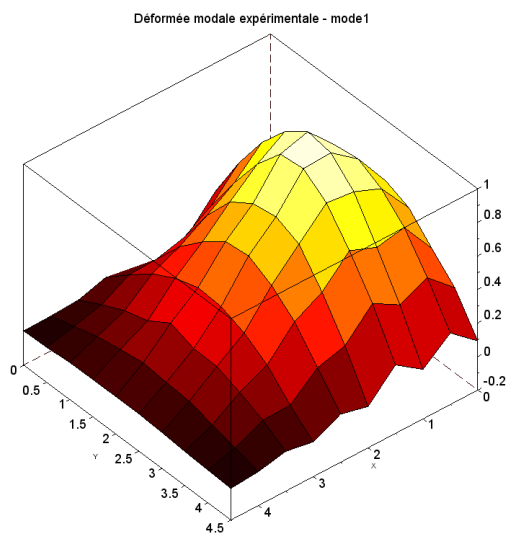
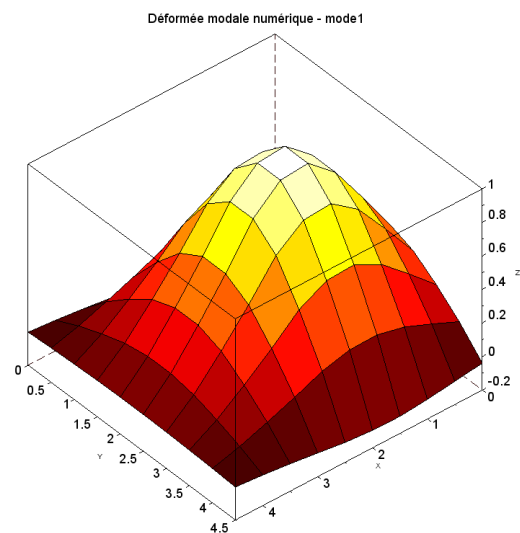


Figure 29 - Déformée modale expérimentale du 1^{er} mode du plancher traditionnel. Les zones de couleur représentent l'intensité du déplacement sur ces points. A chaque intersection du quadrillage, un capteur a été placé.

Un calcul modal est réalisé par élément fini, et on projette les résultats numériques sur un maillage similaire à celui de l'expérience. Les figures suivantes illustrent les déformées modales obtenues numériquement par éléments finis et les déformées obtenues expérimentalement.

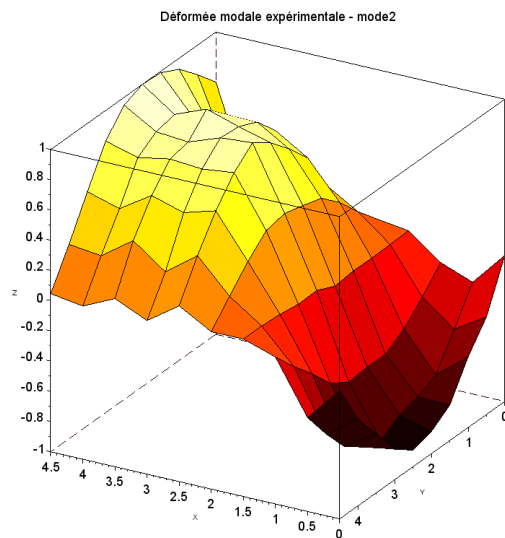


Expérimental - $f = 16,4\text{Hz}$

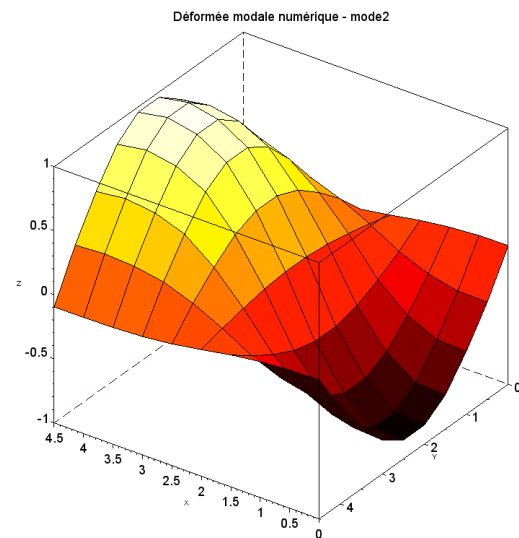


Numérique - $f = 17,5\text{Hz}$

L'allure du 1^{er} mode expérimentale et numérique est très semblable. Son aspect bombé est dû à la répartition très hétérogène de la masse, en effet sur un des côtés du plancher se trouve une succession de trois solives avec des masses volumiques importantes. On observe néanmoins qu'expérimentalement, la déformée des points au-dessus des appuis et sur le bord du plancher est plus importante.

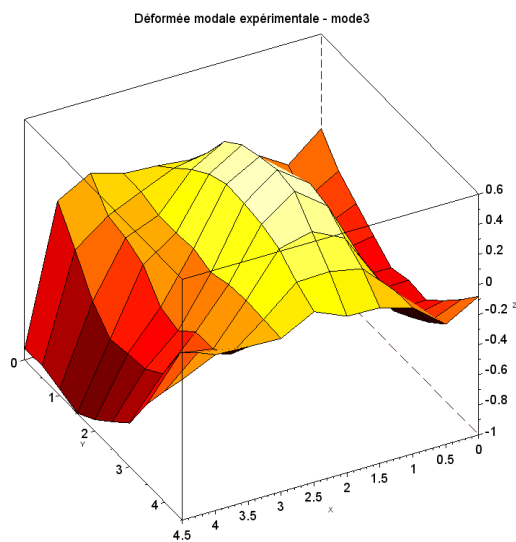


Expérimental - $f = 18,6\text{Hz}$

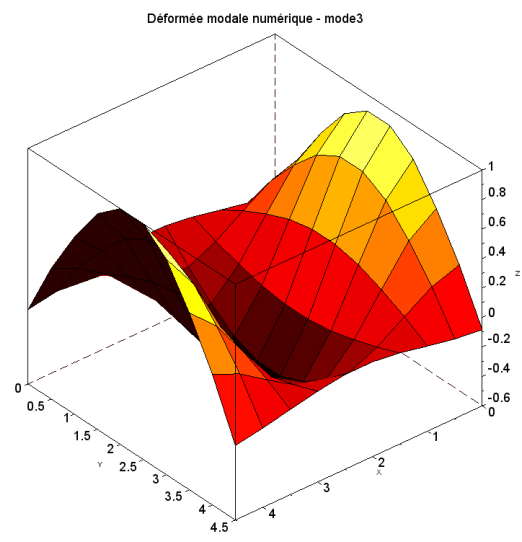


Numérique - $f = 19,3\text{Hz}$

Le mode deux est le 1^{er} mode de plaque (2 ventres) dans la direction de plus faible raideur. Les déformées sont très similaires à l'exception des capteurs du bords gauche du plancher.

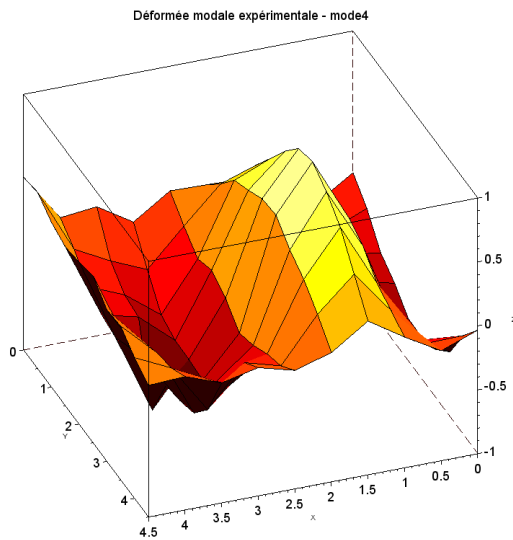


Expérimental - $f = 19,9\text{Hz}$

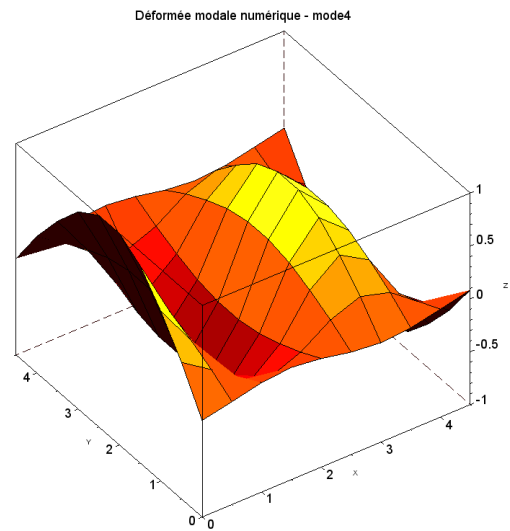


Numérique - $f = 25,2\text{Hz}$

Le mode 3 correspond au deuxième mode plaque dans la direction de plus faible inertie. L'expérience révèle une dissymétrie importante du plancher expérimental qui n'est pas reproduit numériquement.

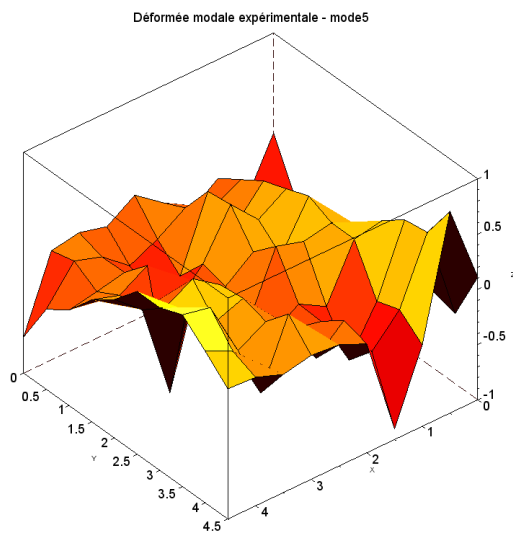


Expérimental - $f = 21,5\text{Hz}$

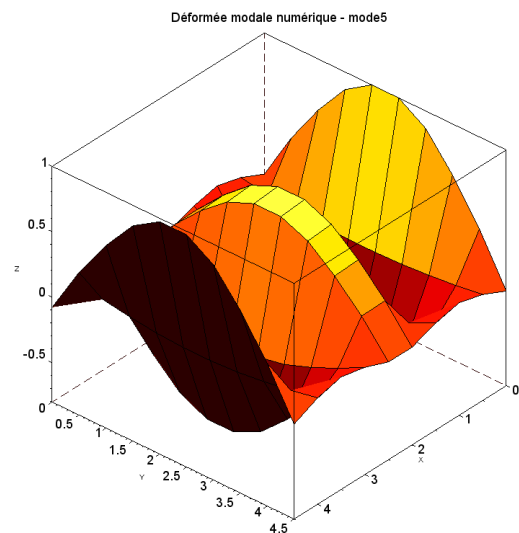


Numérique - $f = 21,0\text{Hz}$

Le mode 4 correspond au troisième mode plaque (4 ventres). Les résultats expérimentaux sont de plus en plus bruités du fait de l'augmentation de la fréquence.

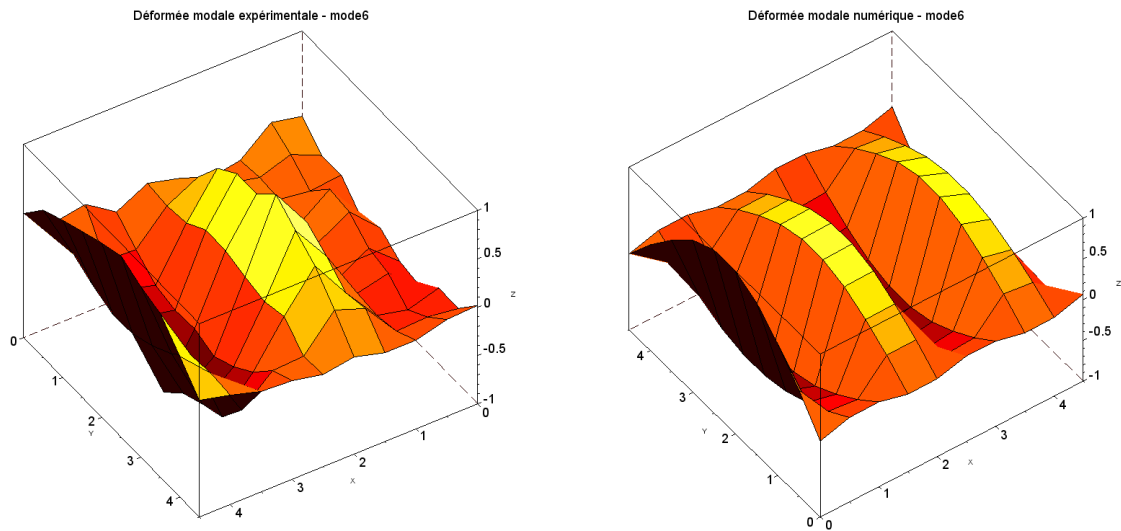


Expérimental - $f = 22,4\text{Hz}$



Numérique - $f = 31,5\text{Hz}$

Le mode 5 est le premier mode où les résultats expérimentaux et numériques sont sensiblement différents.



Expérimental - $f = 24,4\text{Hz}$

Numérique - $f = 39,4\text{Hz}$

De même les modes 7 numériques et expérimentaux sont très différents.

Pour juger de la corrélation entre les résultats numériques et expérimentaux, un indicateur classique est introduit, le MAC (modal assurance criterion) [28], [29] qui se calcule uniquement à l'aide des matrices des déformées modales expérimentales et numériques $\Phi_{i_{num}}$ et $\Phi_{i_{exp}}$.

$$MAC(i, j) = \frac{\sum_{k=1}^N \Phi_{i_{num}} \cdot \Phi_{j_{exp}}}{\sum_{k=1}^N \Phi_{i_{num}} \cdot \Phi_{i_{num}} \sum_{k=1}^N \Phi_{i_{exp}} \cdot \Phi_{i_{exp}}}$$

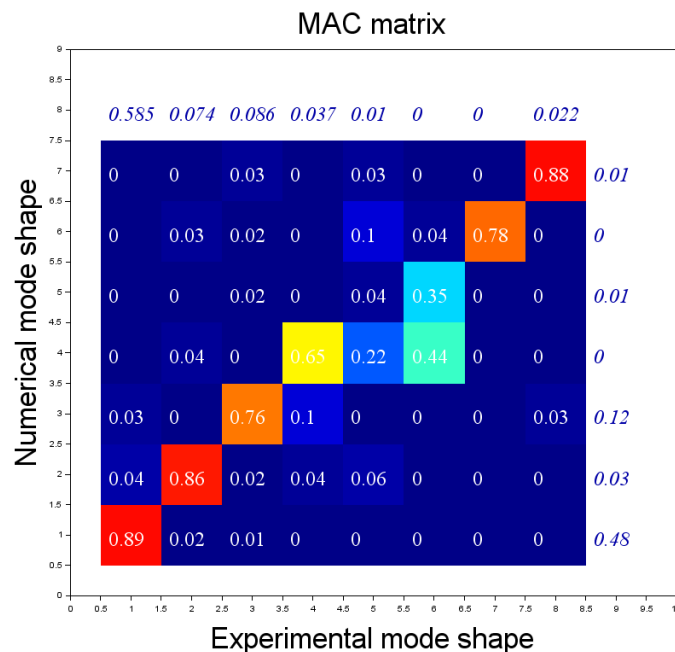


Figure 30 - MAC entre les modes expérimentaux et numériques pour le plancher traditionnel

Mode	Numérique (Hz)	Expérimental (Hz)	Amortissement exp (%)
1	17,5	16,4	2,0
2	19,3	18,6	2,7
3	21,0	19,1	2,2
4	25,1	21,5	3,8
5	31,5	22,2	0,61
6	39,5	24,4	3,8
7	49,0	38,6	8,7
8	57,7	44,5	8,6
9	60,3	54,1	4,7
10	62,9	59,7	4,5

Tableau 11 - Comparaison des fréquences propres obtenues numériquement et expérimentalement

On observe une bonne cohérence sur les fréquences propres des 3 premiers modes avec moins de 10% de différences. A partir de l'analyse MAC, aucune correspondance n'a été identifiée pour les modes 4 et 5 expérimentaux et le mode 5 numérique : on peut supposer que ces modes sont dus à des résonnances locales ou des problèmes de mesures et peuvent être retiré pour la comparaison. Par contre les modes de 6 à 9 numériques correspondent bien respectivement aux modes numérotés de 7 à 10. Le modèle numérique permet de représenter fidèlement le plancher traditionnel même à des fréquences relativement élevées.

4.3.3 Calcul temporel

Afin de vérifier que le modèle numérique est capable de retrouver les évolutions temporelles des déplacements et accélérations du plancher soumis à une sollicitation, un calcul temporel est réalisé sur la base des essais au marteau.

L'effort appliqué par le marteau a été enregistré (au point encadré en vert sur la Figure 32). Il sera directement appliqué au point correspondant dans le maillage élément fini. On repère certains points (encadré en rouge) pour lesquelles on comparera les accélérations observées expérimentalement et celles calculées numériquement.

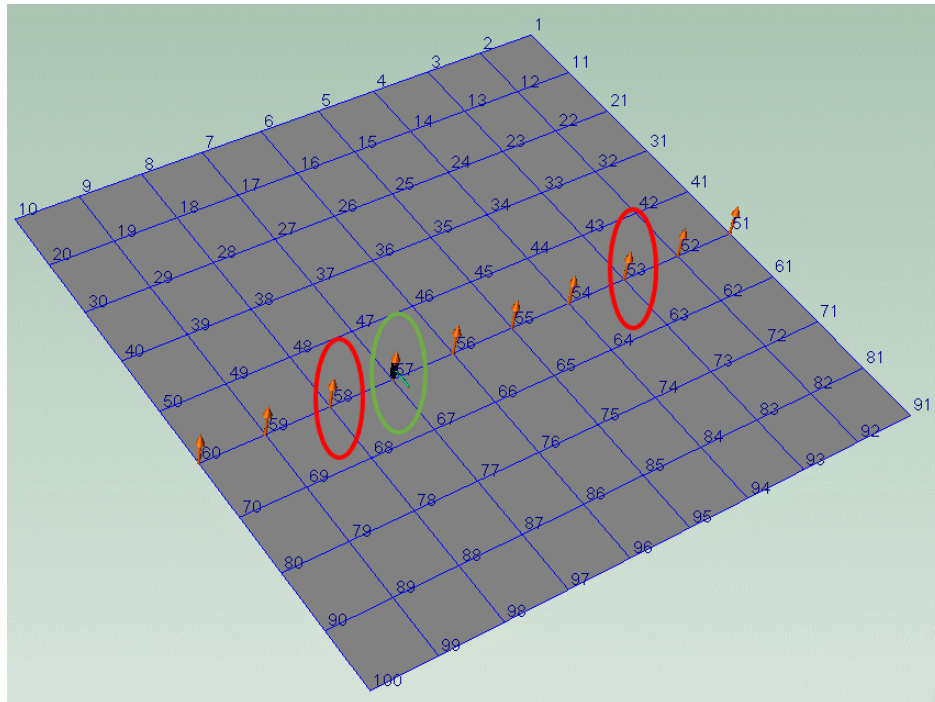


Figure 32 - Schéma des points de mesures et de l'emplacement de la sollicitation

Le calcul est réalisé sur la base modale de la structure. C'est-à-dire que l'on calcule les modes normaux du plancher numériquement, et les équations de la dynamique sont projetées sur cette base modale sur laquelle est réalisé le calcul. Cette méthode a deux avantages notables :

- Elle permet une réduction drastique du coût du calcul, puisque l'on passe de plusieurs milliers de degrés de liberté (les nœuds) à plusieurs dizaines (les modes)
- Des amortissements modaux ont été déterminés expérimentalement et peuvent être directement utilisés dans le modèle numérique.

Le calcul s'effectue donc en plusieurs étapes :

- On calcule d'abord les modes de la structure. Une fois ceux-ci calculés, ils sont sauvegardés et peuvent être réutilisés pour tous les calculs avec un plancher ayant la même géométrie et les mêmes matériaux.
- Le chargement est défini et projeté sur les modes de la structure
- Le calcul est effectué sur les bases modales
- A l'issue du calcul, les grandeurs d'intérêt sont recombinaison sur base physique pour être exploitées. Si l'étape de calcul est très courte du fait de la réduction du nombre de degré de liberté, cette étape de recombinaison peut être relativement longue si le maillage est très fin.

La question se pose du nombre de mode à incorporer dans la base modale réduite. Il est nécessaire de considérer plus de 90% de la masse effective mais aussi de bien prendre en compte des modes qui pourraient être activés par la sollicitation (par exemple en présence d'un mode local sollicité ou si l'objet est soumis à un poinçonnement dans une direction où la rigidité est importante). Dans cet exemple, les 100 premiers modes ont été pris, soit tous les modes jusqu'à $f = 235\text{Hz}$.

La sollicitation est très courte (de l'ordre de 2ms) et engendre une force importante (voir Figure 33) :

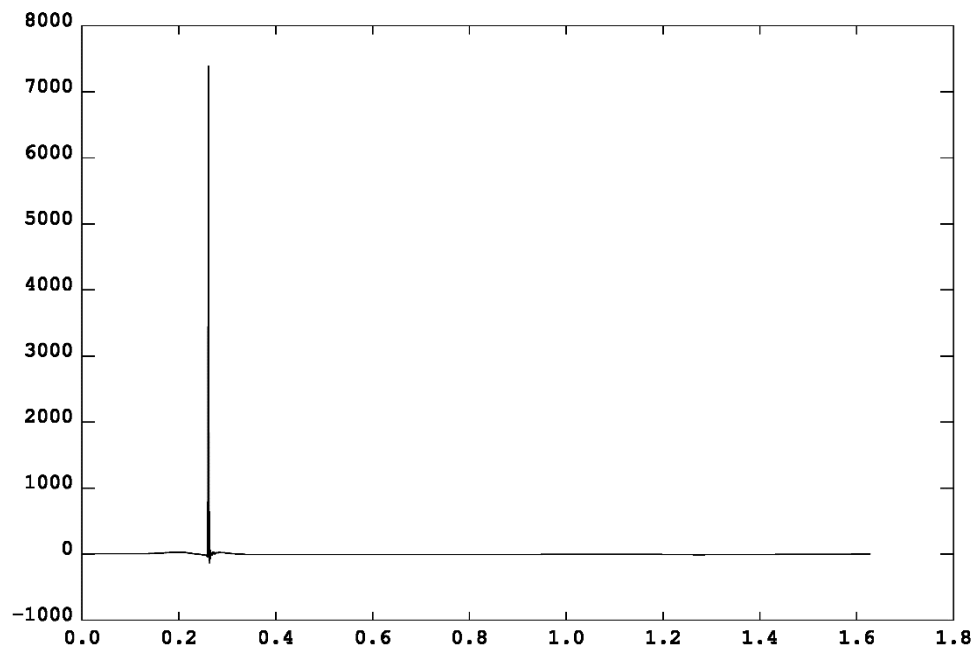


Figure 33 : Force appliquée par le marteau en N

On peut récupérer l'accélération subies en certains points dans le modèle numérique et la comparer à des résultats expérimentaux :

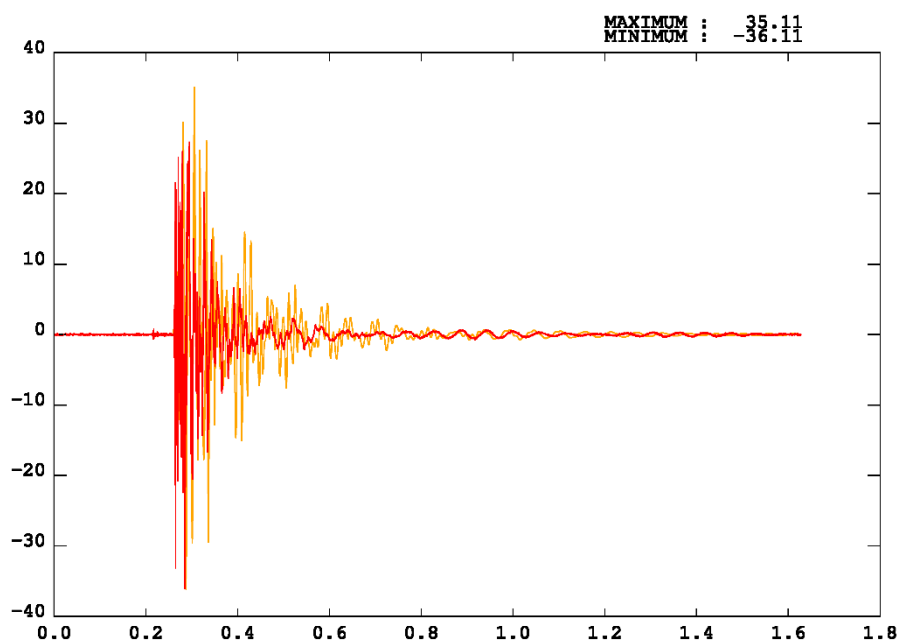


Figure 34 : Accélération au point 53, sur la ligne centrale et distant de 2m du point d'impact.

L'allure générale de l'accélération est bien reproduite. Néanmoins la brièveté de la sollicitation implique que des modes de très haute fréquences soient sollicités (jusqu'à 700-800Hz). Or la solution numérique ne prend pas en compte ces modes, et surtout un amortissement forfaitaire

de 2% est appliqué à partir du 10^{ème} mode, faute de connaissance. Ces observations expliquent les différences entre modèle numérique et expérimentale. Dans le cas de la marche, les fréquences sollicitées seront beaucoup moins élevées et ces problématiques devraient être moins marquées

4.4 Analyse modale plancher CLT

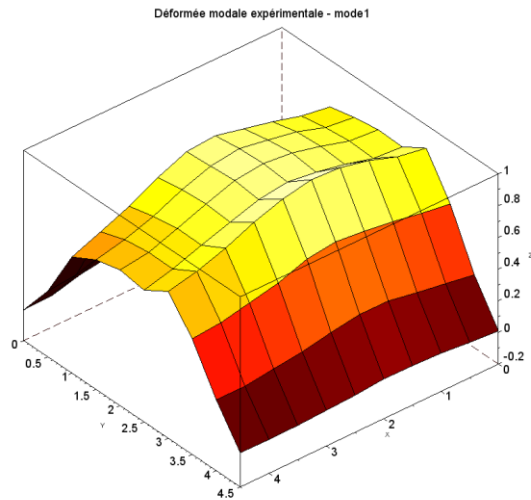
L'analyse modale du plancher CLT a été complexe du fait de la modélisation des conditions aux limites et de la présence de la feuillure. Finalement, la feuillure a peu d'impact sur les fréquences de résonances du plancher, même si elle peut jouer sur la déformée modale, et donc sur la masse modale du mode. Par contre, simplement poser le CLT sur une planche de bois, même si elle semble bien droite, n'est pas suffisant pour justifier d'une réelle condition d'appui simple. En effet, le CLT n'a pas une rectitude parfaite et les micro-déplacements dus au jeu entre le CLT et la planche vont influencer son comportement dynamique, jusqu'à réduire de 30% sa fréquence de résonance. Il a été nécessaire d'insérer des vis relativement fines à intervalle régulier afin de plaquer le CLT et garantir une articulation sans jeu.

Deux modèles numériques ont été proposés (volumiques et coques) au niveau de la figure 18 et de la figure 19. Les deux modèles donnent des valeurs de pulsation et des déformées modales très proches, nous ne conserverons donc que les résultats du modèle surfacique, beaucoup moins gourmand en terme de temps de calcul.

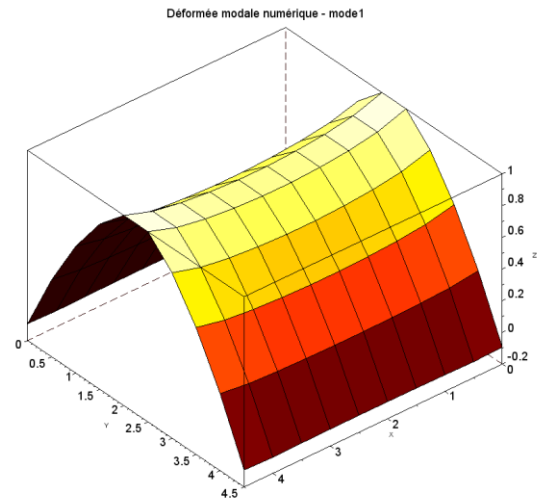
Tableau 12 - Fréquence de vibration des premiers modes du plancher CLT (4,5x4,5m)

Mode	Expérimental (Hz)	Numérique (Hz)	Amortissement exp (%)
1	13,4	13,3	1,39
2	15,9	14,6	1,26
3	19,7	17,5	1,07
4	31,6	29,0	1,1
5	43,5	41,0	1,15

Comme dans le cas du plancher traditionnel, les allures des déformées modales des 5 premiers modes sont comparées

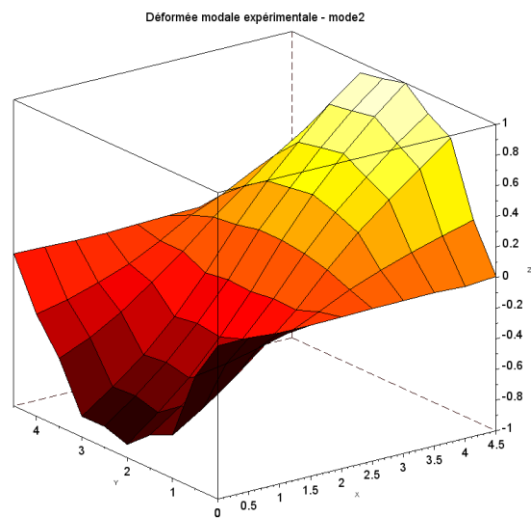


Expérimental - $f = 13,4\text{Hz}$

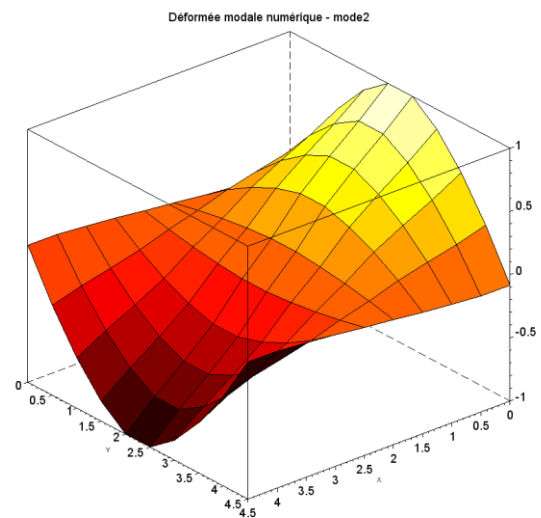


Numérique - $f = 13,3\text{ Hz}$

L'allure et la fréquence du premier mode sont très semblables, même s'il y a présence d'un plateau dans la déformée expérimentale qu'il est dur de justifier. Il s'agit de l'allure classique d'un premier mode de flexion. (mode [1,0])

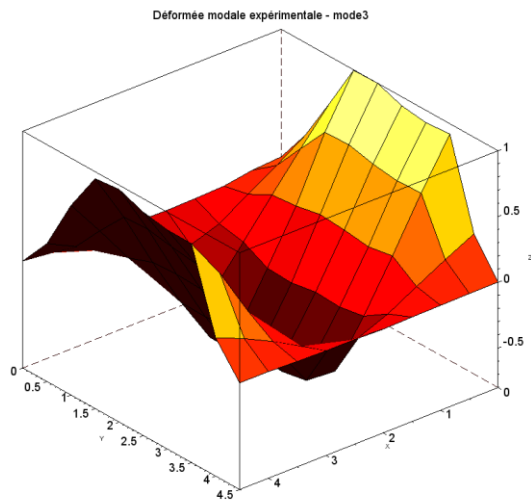


Expérimental - $f = 15,9\text{ Hz}$

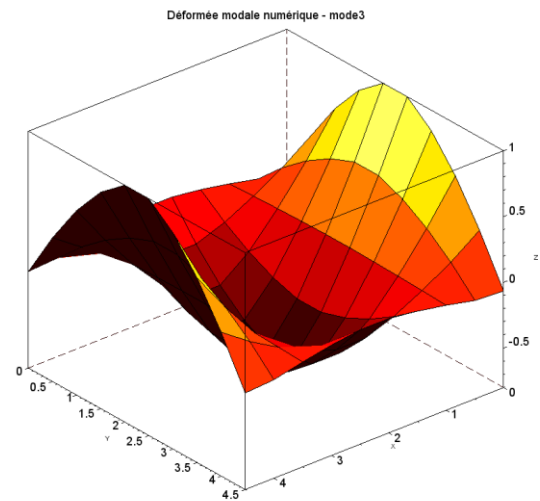


Numérique - $f = 14,6\text{ Hz}$

Le mode deux est le 1^{er} mode de plaque (2 ventres) dans la direction de plus faible raideur. Les déformées sont très similaires à l'exception des capteurs du bords gauche du plancher. (mode [1,2]) On observe une légère différence dans les fréquences propres qui est probablement due à la mauvaise estimation des paramètres transverses du bois utilisé dans le CLT.

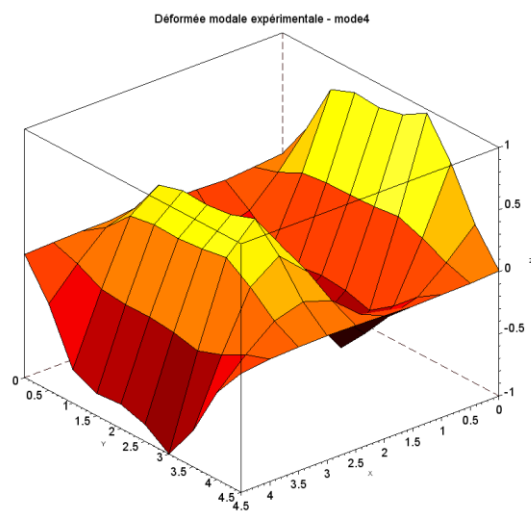


Expérimental - $f = 19,9 \text{ Hz}$

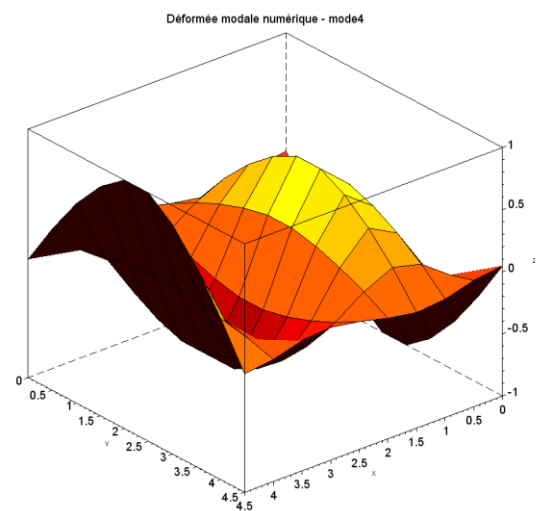


Numérique - $f = 17,5 \text{ Hz}$

Le mode 3 correspond au deuxième mode plaque dans la direction de plus faible inertie. (mode [1,3])

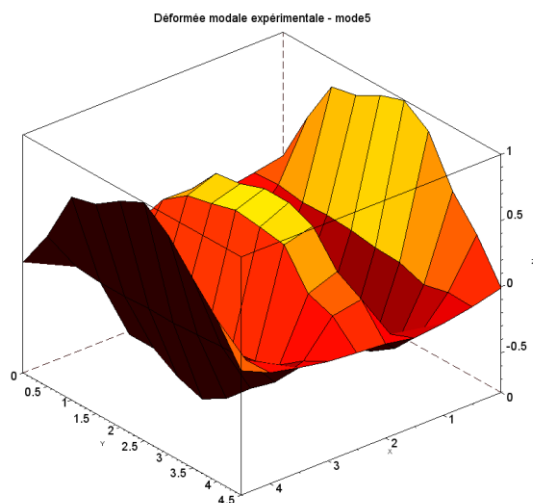


Expérimental - $f = 31,6 \text{ Hz}$

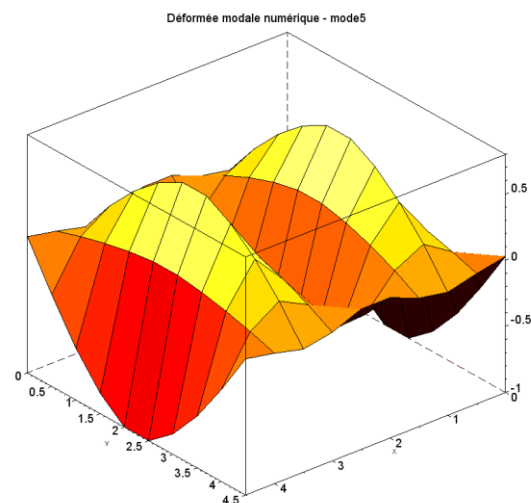


Numérique - $f = 29,0 \text{ Hz}$

Le mode 4 correspond au troisième mode plaque (4 ventres). (mode [1,4])



Expérimental - $f = 43,5 \text{ Hz}$



Numérique - $f = 41,0 \text{ Hz}$

Le mode 5 correspond à un mode à 5 lobes dans le sens transverse (modes [1,5])

La Figure 35 montre la matrice de MAC du plancher CLT. Contrairement au plancher traditionnel, on observe ici une correspondance parfaite entre résultats expérimentaux et résultats numériques. Le modèle numérique est bien à même de calculer les modes de la structure.

L'Automac donne bien des modes parfaitement orthogonaux entre eux. Aucun mode n'est donc à supprimer.

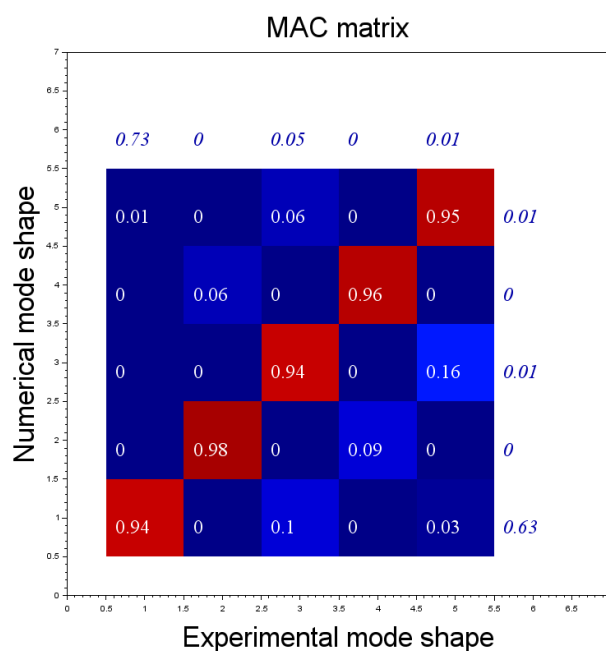


Figure 35 - Matrice de MAC du plancher CLT

En conclusion, le modèle numérique est capable de calculer les modes du plancher dans des conditions aux limites idéales. L'autoMAC et le MAC permettent de faire la correspondance entre les modes numériques et expérimentaux et éventuellement de discriminer certains modes expérimentaux du bruit de mesure.

5. Méthodologie de calcul simplifié des modes de vibrations de planchers bois

5.1 Généralité sur la dynamique des plaques

5.1.1 Fréquence

L'Eurocode 5 EN 1995-1-1 : 2005 ne donne qu'une formule pour estimer la fréquence de résonnance d'un plancher :

$$f_1 = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{(EI)l}{m}} \quad (5)$$

Cette formule correspond à la fréquence propre d'une poutre sur deux appuis. Si cette définition est suffisante dans certaines circonstances (Plancher nu homogène réellement sur deux appuis et suffisamment élancé), dans la plupart des situations réelles, elle sera fortement insuffisante et risque d'amplifier et de minorer la fréquence réelle du plancher.

Des formules formelles existent aussi dans le cas de plaques isotropes. L'article de Leissa [30] nous permet de calculer les modes de vibration d'un plancher isotrope appuyé ou encastré à ces 4 extrémités.

Les premiers modes d'un plancher appuyé à chacune de ces extrémités sont donnés par :

$$f_{mn_{4cotés}}^{base} = \frac{\pi}{2a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \left(m^2 + n^2 \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right) \quad (6)$$

m, n : numéro des modes

a, b dimension de la plaque

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

ρ masse volumique

Les premiers modes d'une plaque **isotrope et indéformable dans l'épaisseur** encastrée à ces extrémités sont environ le double de la situation appuyée :

$$f_{11Enca} \approx 2f_{11Appu} \quad (7)$$

Dans le cas d'une plaque isotrope sur deux appuis, Leissa [30] donne une approximation de la fréquence du 1^{er} mode :

$$f_{11}^{base}_{2côtés} = \frac{C}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (8)$$

$$C = 0.051 \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 0.28 \left(\frac{a}{b}\right) + 9.86$$

Ces formules ne sont pas non plus suffisantes pour calculer les fréquences des planchers, puisqu'elles négligent l'orthotropie du bois et la complexité des conditions d'appui. Néanmoins, elles serviront de base pour le calcul des fréquences, les différentes particularités des planchers bois seront intégrées à la formulation par le biais de coefficients modificateurs.

5.1.2 Masse modale

La méthode de calcul de la masse modale pour un plancher sur 2 appuis ou 4 appuis est détaillée en Annexe E . Dans le cas d'un plancher appuyé sur deux côté opposé, la masse modale est égale à :

$$m^* = \frac{m}{2} \quad (9)$$

Avec m la masse totale du plancher.

Dans le cas d'un plancher appuyé sur ces 4 côtés, la masse modale associée est égale à :

$$m^* = \frac{m}{4} \quad (10)$$

5.1.3 Type de plancher

- **Plancher composé de poutres et de panneaux**

Le plancher traditionnel est composé de solives et de panneaux OSB, ces deux éléments contribuent à la rigidité du plancher.

Si la rigidité du panneau est suffisamment importante pour ne pas être négligée, il faut associer le comportement dynamique des deux éléments. On considère une solive et un élément représentatif de panneau OSB, comme représenté sur la Figure 36.

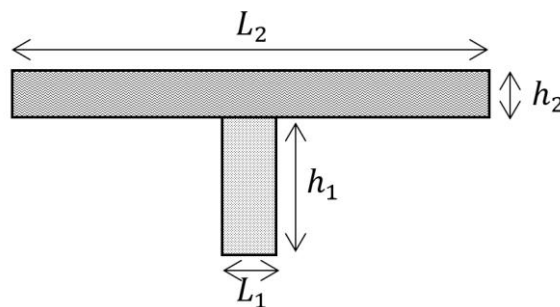


Figure 36 - Représentation d'un élément caractéristique de plancher traditionnel.

L'indice 1 correspond aux grandeurs caractéristiques de la solive et l'indice 2 aux grandeurs caractéristiques de l'OSB. La longueur L_2 correspond à l'entraxe entre deux solives.

La grandeur L_2 est pondérée de façon à prendre en compte la variation de matériau de la manière suivante :

$$L'_2 = \frac{E_2}{E_1} L_2 \quad (11)$$

L'inertie quadratique équivalente de la poutre est égale à :

$$I' = \frac{L'_2(h_1 + h_2)^3 - 2(L'_2 - L_1)h_1^3}{12} \text{ si } L'_2 > L_1 \quad (12)$$

$$I' \approx \frac{L_1 h_1^3}{12} + \frac{L'_2 h_2^3}{12} + L'_2 h_2 \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right)^2$$

La fréquence propre se calcule avec la même formule que précédemment, avec la nouvelle inertie calculée, le module d'Young de la solive et la masse totale de l'élément représentatif :

$$f_{1_{Appu}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{EI'}{mL^3}} \quad (13)$$

- CLT

Le CLT est assimilable à une plaque homogène dont les caractéristiques peuvent être calculées par la méthode des gammas ou celle de Timoshenko [22], [31]. Les caractéristiques obtenues sont directement utilisables dans les formules pour connaître le comportement dynamique du plancher.

A noter que suivant la géométrie du CLT (nombre de couches, épaisseur des couches), les CLT peuvent être très orthotropes ($\frac{D_x}{D_y} > 20$) ou peu orthotrope ($\frac{D_x}{D_y} \approx 2$).

- Entraits porteurs

Les planchers avec entrants porteurs sont soutenus par les fermes. Les poteaux verticaux doivent être pris en compte dans le calcul des modes en calculant leur raideur et en utilisant les abaques proposées dans la partie suivante.

5.2 Méthodologie de détermination de la fréquence avec des coefficients multiplicateurs

Les équations (6) et (8) servent de base pour calculer les fréquences des planchers sur deux ou quatre appuis, un certain nombre de coefficients seront ajoutés pour prendre en compte toutes les spécificités des technologies en bois. En définitive :

$$f^{réel} = R_c R_\lambda R_F f^{base}$$

R_c exprime le ratio entre la fréquence propre d'un plancher continu sur plusieurs appuis rigides ou souples avec la fréquence d'un plancher sur deux appuis ayant la longueur d'une des travées. Il peut être supérieur à 1 (lorsque les appuis sont rigides et que la travée du plancher continu étudié est plus grande que les autres travées), ou très inférieur à 1 (dans le cas d'appuis souples et/ou de l'étude d'une petite travée).

R_λ exprime l'influence de l'orthotropie sur les modes de résonance du plancher. L'orthotropie va fortement influencer le comportement modal du plancher, en faisant apparaître des modes pour des fréquences plus basses dans la direction de plus faible inertie. A noter que cette influence se ressent seulement si le plancher est appuyé sur les 4 côtés.

R_F exprime l'effet de l'effort appliqué sur le plancher par la descente de charge transitant dans les voiles. Cet effort tend à bloquer la rotation au niveau des conditions aux limites du plancher et augmente donc sa fréquence de résonance.

5.2.1 Facteur R_c - Prise en compte de la continuité du plancher et de la souplesse des sommiers

La prise en compte de la continuité du plancher entre les zones d'appuis va influencer son comportement dynamique. Sa rigidité et sa fréquence de résonance vont être amplifiées dans le cas d'un plancher continu sur appuis rigides lorsque les travées voisines sont de longueurs inférieures à la travée étudiée.

- **Plancher appuyé sur un voile et sur un sommier**

Dans le cas d'un plancher soutenu d'un côté sur un voile et de l'autre sur un sommier, si le sommier ne peut pas être considéré comme infiniment rigide (ce qui représente la majorité des cas), il convient de prendre cela en compte pour l'analyse dynamique puisque la fréquence des modes va en être abaissée.

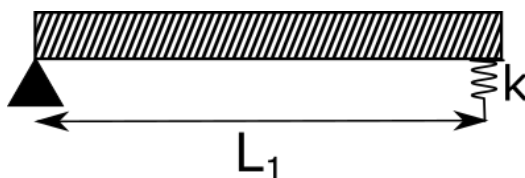


Figure 37 - Poutre sur un appui raide et un appui souple.

La raideur k de la solive est prise égale à :

$$k = \frac{120EI}{L^3}$$

La valeur considérée correspond à la raideur moyenne d'une poutre sur deux appuis soumis à un chargement réparti. La longueur L^3 à considérer est la longueur maximale entre deux appuis de la solive.

La fréquence calculée avec les méthodes précédentes doit donc être multipliée par un coefficient R_c donné par la Figure 38 pour prendre en compte la souplesse de la solive.

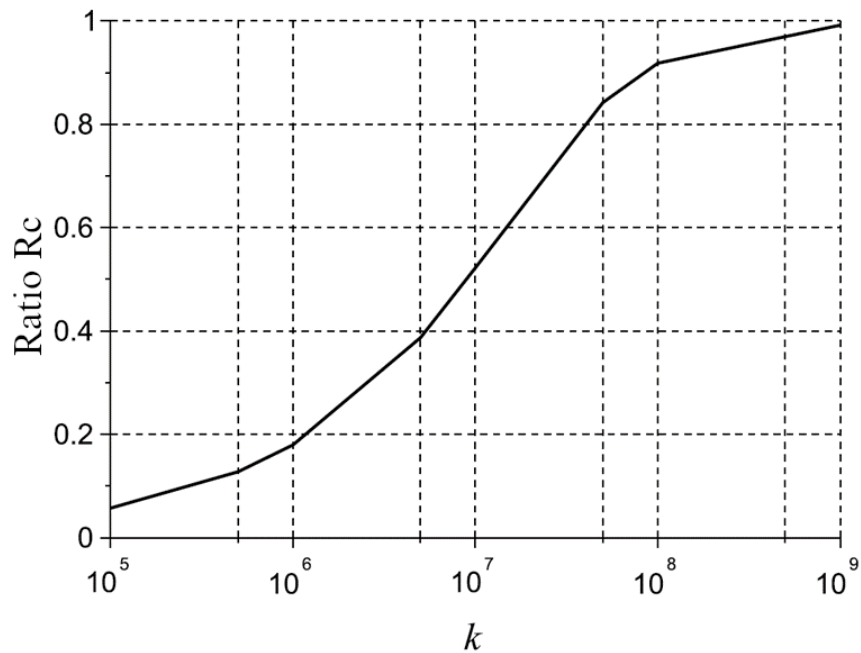


Figure 38 - Diminution de la fréquence due à la souplesse de la solive

La masse modale varie en fonction de la raideur de la solive, elle est donnée par la figure suivante.

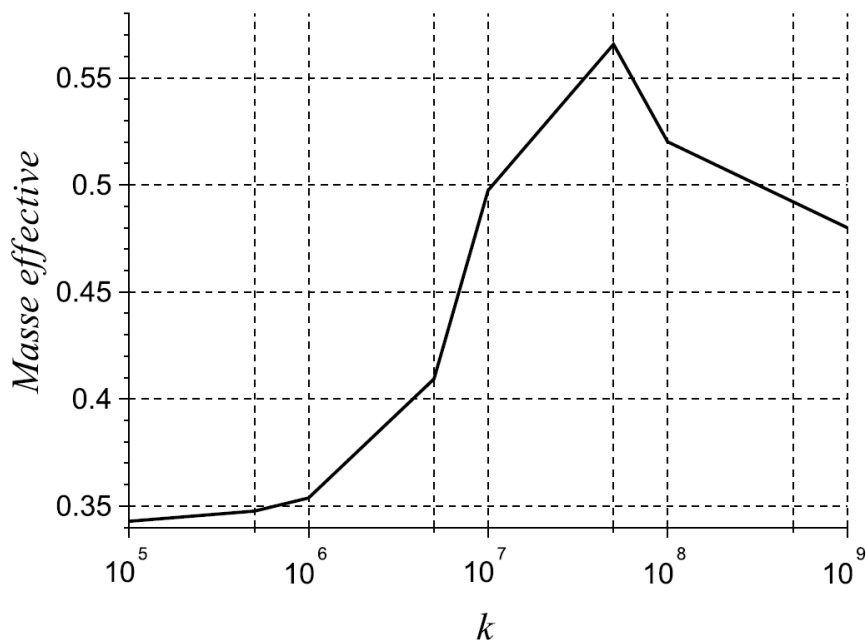


Figure 39 - Masse modale d'une poutre appuyée-ressort

- **Plancher continu avec un appui intermédiaire**

Il arrive fréquemment d'avoir un plancher continu avec un sommier qui joue le rôle d'appui intermédiaire. Dans ce cas, le comportement dynamique du plancher sera fortement impacté.

On peut rapprocher une poutre continue sur trois appuis à deux poutres bi-appuyées uniquement si la longueur des travées est identique et si l'appui intermédiaire peut être considéré très rigide, ce qui n'est bien souvent pas le cas. Dans les autres cas de figure, des abaques sont proposés. Ils ont été définis par rapport à des simulations éléments finis.

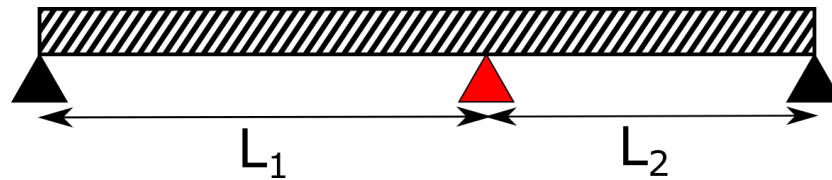


Figure 40 - Poutre sur 3 appuis

On se place dans le cas d'une poutre sur 3 appuis avec deux travées de longueur L_1 et L_2 . On définit un rapport $r_L = L_2/L_1$. Deux possibilités sont envisagées pour calculer la fréquence de ce système.

L'appui intermédiaire est considéré comme très rigide.

La référence est la fréquence propre f_{2app} d'une poutre bi-appuyée de portée L_1 qui peut être calculée avec les formules précédentes (équations (8) ou (13))

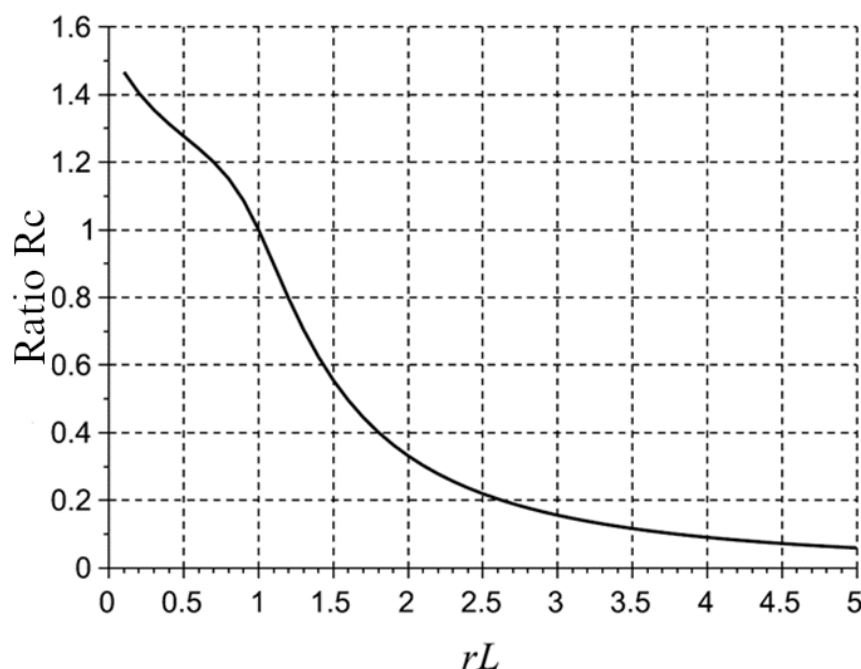


Figure 41 - Rapport entre la fréquence de la poutre sur 3 appuis divisé par la fréquence d'une poutre bi-appuyée de longueur L_1 .

La Figure 41 donne le rapport R_c en fonction du ratio r_L . Lorsque L_2 est petit, on se rapproche d'une poutre appuyée encastree ce qui explique que la fréquence d'une poutre sur 3 appuis soit plus grande que celle sur 2 appuis. Lorsque $r_L > 1$, c'est la travée de longueur L_2 qui influe le plus sur la vibration du plancher donc le rapport R_c s'effondre.

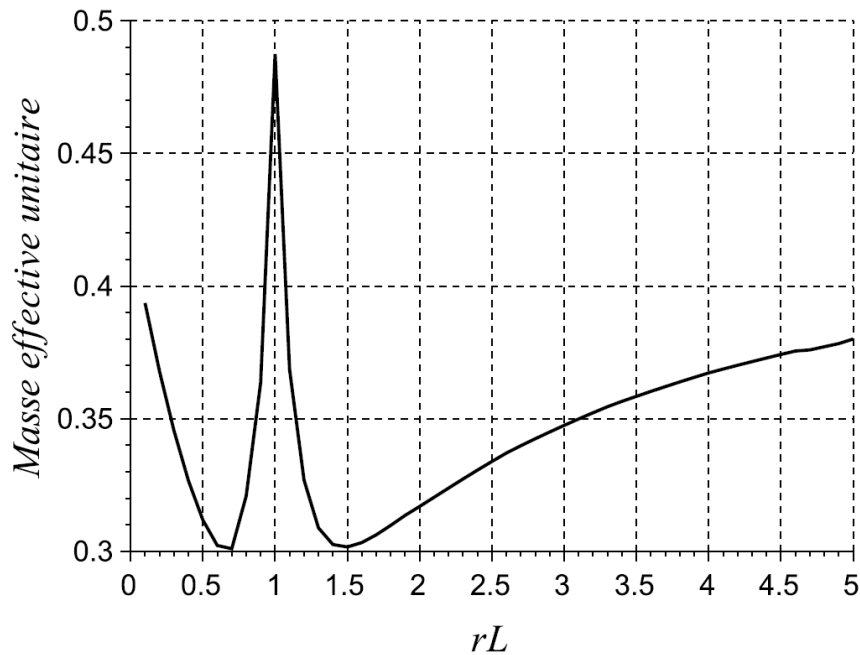


Figure 42 – Masse effective unitaire de la poutre sur 3 appuis

La masse effective suit un cheminement fortement non linéaire. Lorsque $r_L = 1$, l'allure du mode est le même que pour deux poutres sur 2 appuis, il tend donc vers $\frac{m^*}{m_{tot}} = 0,5$. En deçà et au-dessus, une partie de la masse effective est redistribuée dans les modes supérieurs.

La souplesse de l'appui intermédiaire doit être prise en compte.

Si le plancher repose sur deux voiles et un sommier intermédiaire, alors sa souplesse va participer au comportement dynamique du plancher en diminuant sa fréquence propre et en modifiant sa masse modale.

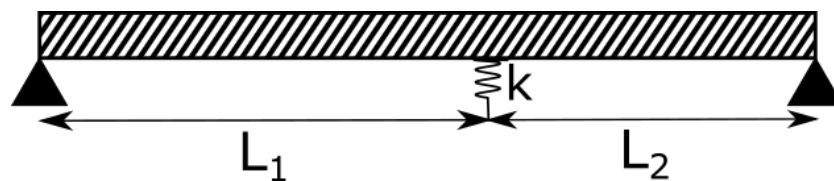


Figure 43 - Poutre sur 2 appuis avec ressort au centre

La raideur k du sommier est prise égale à :

$$k = \frac{120EI}{L^3}$$

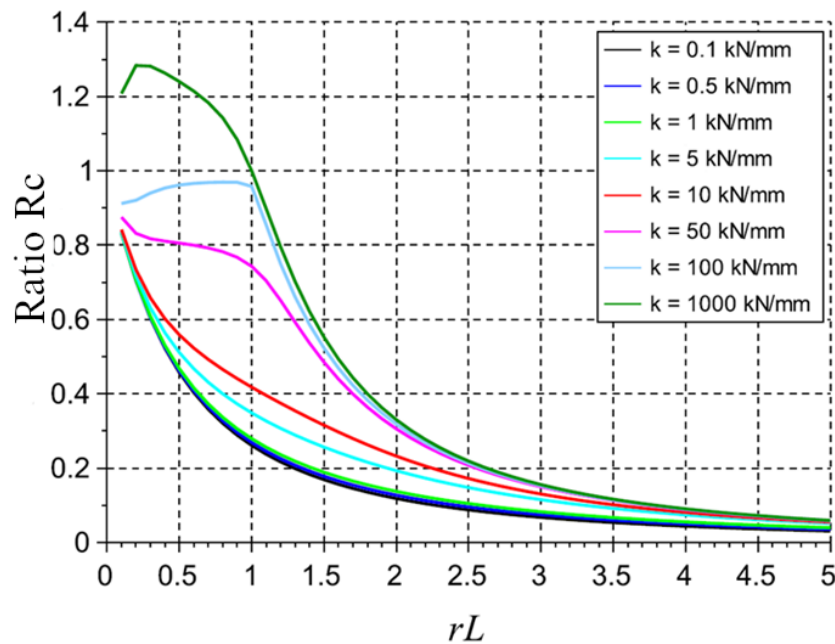


Figure 44 - Rapport entre la fréquence de la poutre sur 2 appuis et un ressort divisé par la fréquence d'une poutre bi-appuyé de longueur L_1 pour plusieurs raideur k

Lorsque k est très grand, l'allure de la courbe est relativement la même que pour une configuration sur 3 appuis. En deçà, les fréquences du système seront beaucoup plus faibles qu'avec trois appuis.

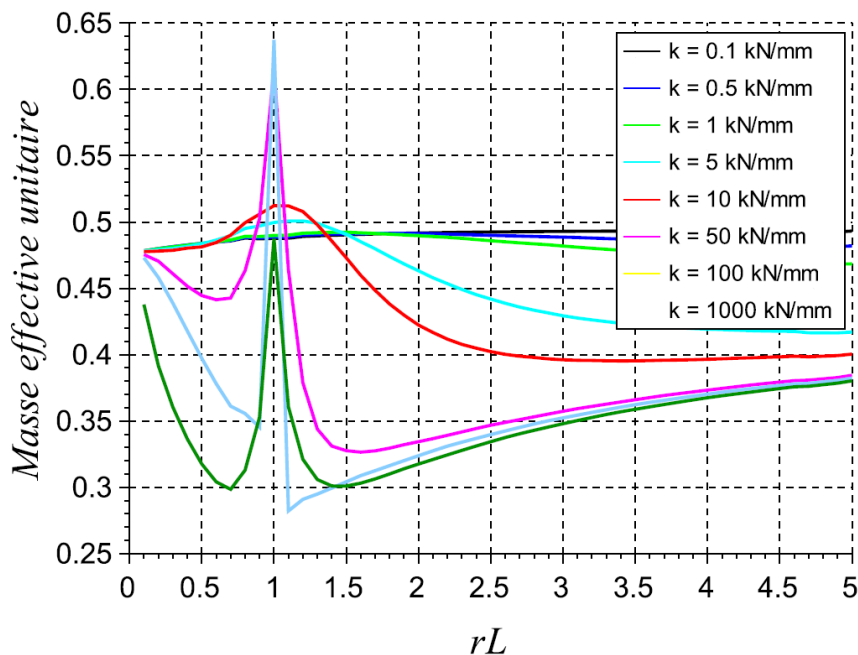


Figure 45 - Masse effective unitaire de la poutre sur 2 appuis et un ressort, pour plusieurs raideurs k

La masse effective à considérer est complexe. Lorsque la raideur du ressort est faible, le mode de plus faible fréquence est un mode à un ventre principal entre les deux appuis extrêmes.

Dans ce cas la masse modale est relativement constante par rapport à r_L . Lorsque k augmente, le mode principal devient celui avec deux ventres, au milieu de chaque travée. La valeur $k = 10 \text{ kN/mm}$ illustre la transition entre ces deux états.

- **Plancher continu avec deux appuis intermédiaires et deux travées de même longueur.**

Dans le cas où l'on se retrouve dans la configuration de la Figure 46, il est possible de déterminer la fréquence propre du plancher en fonction du rapport L_1/L_2 . A noter que si les longueurs des travées de gauche et de droite sont très différentes, ces formules ne s'appliquent pas.

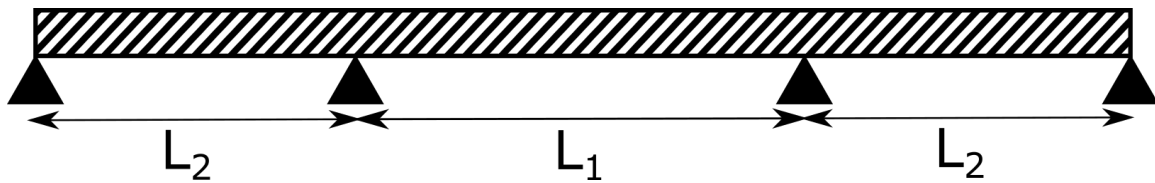


Figure 46 - Plancher avec deux appuis intermédiaires

Les appuis intermédiaires peuvent être rigides ou souples. La valeur du coefficient R_c à prendre en compte est

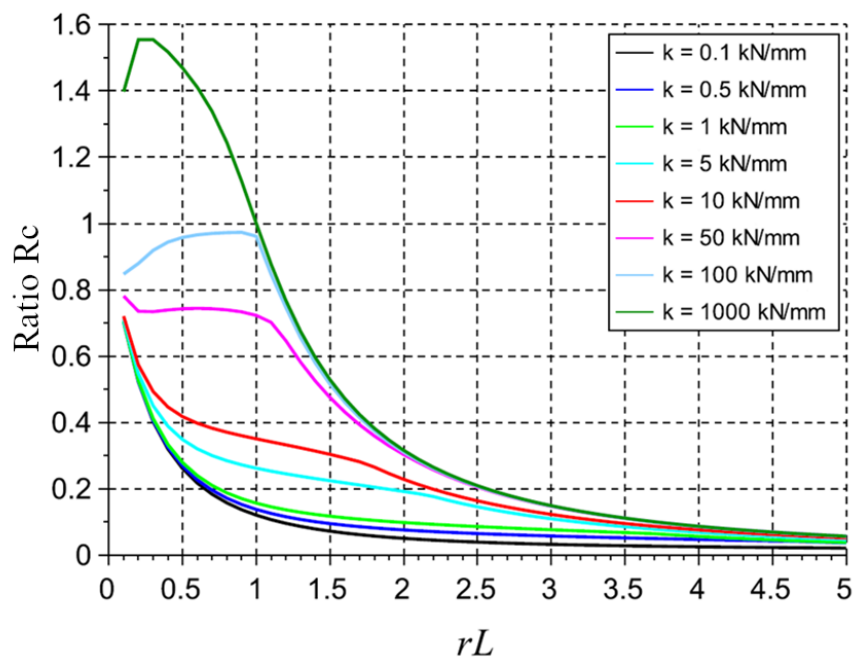


Figure 47 - Valeur de R_c en fonction de rL

Si l'appui est considéré parfaitement rigide, il est possible de prendre les valeurs de R_{ap} donnée pour $k = 1000 \text{ kN/mm}$.

- **Plancher avec n appui intermédiaire**

Certaines dispositions constructives peuvent mener à des planchers appuyés sur un certain nombre d'appuis successifs, comme dans le cas d'un plancher sur entrait porteur. Dans ce

cas, la continuité dans les déplacements du plancher génère des moments aux appuis qui limite la flèche et augmente la fréquence propre.

En première approximation, il conviendra de considérer chaque élément de plancher entre deux appuis de façon distincte comme s'il n'était pas continu. En effet, si l'élançement entre deux portées est constant, la fréquence propre du plancher continu est de moins de 10% supérieure à celui d'un plancher discontinu équivalent.

Si l'on souhaite avoir une estimation plus précise des modes de vibrations d'un plancher sur n appuis, une méthode est proposée en Annexe A.

• **Autres configurations**

Pour toute autre configuration, un calcul par éléments finis est nécessaire. Dans le cas d'un plancher sur n appuis avec des travées de longueur variable, si la plus grande travée est à l'une des extrémités du plancher, il est possible de considérer la situation décrite dans la Figure 43 avec une précision satisfaisante.

5.2.2 Facteur R_λ - Prise en compte de l'orthotropie.

L'orthotropie du bois est due au fait que le bois est beaucoup plus résistant pour une sollicitation dans la direction de ses fibres que pour toute autre sollicitation. Dans le cas d'une plaque comme le CLT ou d'un plancher traditionnel, on peut distinguer un axe « fort » (par exemple l'axe des solives) et un axe « faible ». Par rapport à une plaque isotrope dont les propriétés mécaniques seraient celle de l'axe « fort », la plaque orthotrope sera plus souple, ce qui implique des fréquences de résonance plus basse.

L'étude sur l'orthotropie du bois est détaillée en Annexe B. En définitive, l'orthotropie a peu d'effet sur le premier mode de résonance dans le cas d'un plancher supporté uniquement sur deux côtés opposés. Cependant, elle est très influente sur la valeur du mode propre d'un plancher supporté sur les quatre côtés. La valeur du coefficient à multiplier à la fréquence propre est alors égale à :

$$R_\lambda = 1 - \left(1 - \exp \left(-0,4 \frac{D_x}{D_y} + 0,4 \right) \right) \left(0,25 \frac{a}{b} - 0,021 \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right) \quad (14)$$

Si plancher appuyé sur 2 côtés opposés
 $R_\lambda = 1$

Dans le cas d'un plancher appuyé sur 4 appuis, il est aussi possible d'utiliser la formule analytique de Leissa qui se base sur les hypothèses de plaques minces de Kirchhoff [32].

$$f_{11_{app}} = \frac{\pi}{2a^2 \sqrt{\rho h}} \sqrt{D_x + 2D_{xy} \left(\frac{a}{b} \right)^2 + D_y \left(\frac{a}{b} \right)^4}$$

$$D_x = \frac{E_x h^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \quad (15)$$

$$D_y = \frac{E_y h^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)}$$

$$D_{xy} = D_x \nu_x + 2D_k$$

$$D_k = \frac{G h^3}{12}$$

Cette formulation remplace alors la formulation de base du §5.1.1 et dans ce cas le paramètre R_λ n'est pas prise en compte. L'équation (15) est n'est pas sensiblement plus précise que l'équation (14) dans les domaine d'usage les plus courant des planchers bois (Rapport d'orthotropie entre 1 et 20 et rapport de forme entre 0.5 et 2), mais peut être utilisé dans le cas de planchers ayant des rapport des formes particuliers. Elle est néanmoins beaucoup plus complexe à mettre en place, avec un grand nombre de paramètre nécessaire à son utilisation, et la formulation (14) lui sera donc préférée.

5.2.3 R_F - Prise en compte de la raideur des voiles

Les voiles appuyés sur le plancher modifient son comportement dynamique. Trois phénomènes interviennent :

- La force verticale apportée par les voiles rigidifie la plancher et conduit donc à une augmentation de sa fréquence propre.
- La force verticale vient déformer localement le plancher réduisant sa section et augmentant donc sa flexibilité. Cet effet à tendance à diminuer la fréquence propre du plancher.
- Enfin, l'excitation du plancher peut faire vibrer le voile, vibration qui est ensuite retransmise au plancher.

L'interaction entre le voile et le plancher est donc complexe et il est difficile à première vue de considérer que la présence d'un voile est bénéfique ou non au confort vibratoire du plancher.

• Cas d'un plancher sur deux appuis

✓ Théorie et modélisation

Les conditions aux limites peuvent être modélisées simplement par des raideurs en rotation de raideur K_r . Lorsque $K_r = 0$, on considère que le plancher est simplement appuyé. Lorsque K_r tend vers l'infini, la condition est celle d'un appui encastré. La réalité se situe entre les deux situations.

Cette valeur peut être estimée par une approche analytique en faisant certaines hypothèses. Soit une plaque reposant sur deux appuis de largeur l_{app} représentant la zone d'appui des voiles. Le problème est présenté sur la Figure 49.

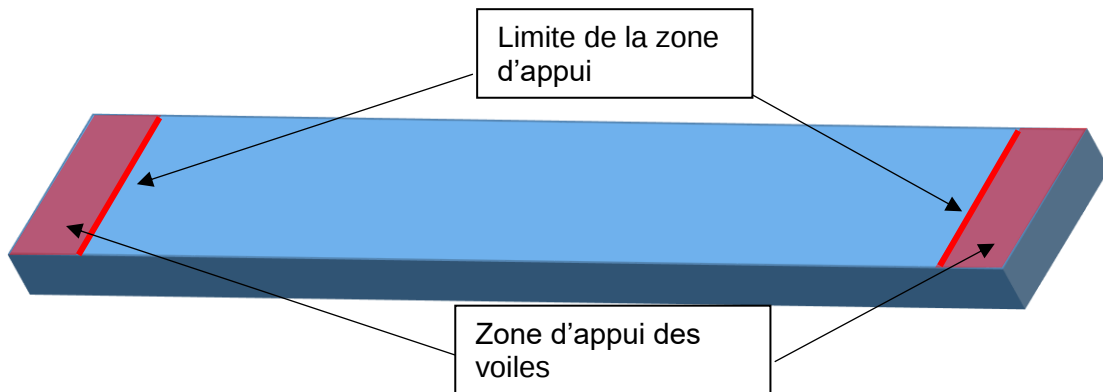


Figure 48 - Vue isométrique du plancher

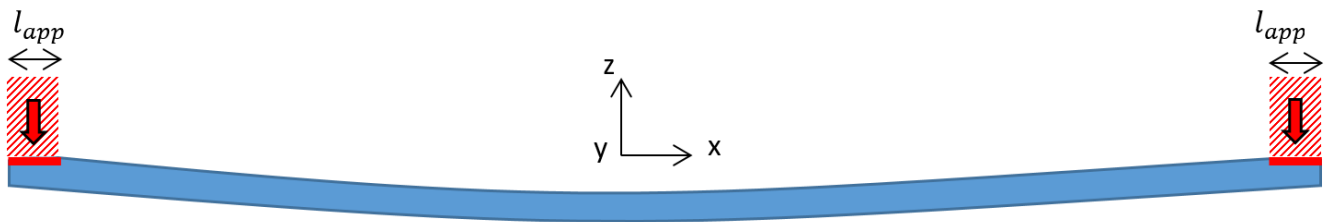


Figure 49 - Vue de côté du plancher avec la charge apportée par les voiles

En première approche, on peut considérer que le plancher est indéformable dans son épaisseur et que l'effet du voile se résume par une charge répartie sur une bande de plancher de largeur l_{app} .

Dans ce cas, le moment généré par la charge des voiles au niveau de la limite de la zone d'appui est égal à :

$$M_{f_{voile}} = \frac{F_{voile} l_{app}}{2} \quad (16)$$

Avec F_{voile} la force engendrée par les voiles. Ce moment génère un angle de rotation θ_M qui s'oppose à la rotation θ_q due au chargement réparti. L'angle total peut s'écrire de la façon suivante en cumulant les chargements :

$$\theta = \theta_q + \theta_M = \frac{qL^3}{24EI} - \frac{M_{f_{voile}}L}{2EI} \quad (17)$$

Avec $|\theta| > 0$

La raideur en rotation associée à la charge des voiles peut alors s'écrire :

$$K_r = \frac{M_{f_{voile}}}{\theta} = - \frac{F_{voile} l_{app}}{2 \left(\frac{F l_{app} L}{4EI} - \frac{qL^3}{24EI} \right)} \quad (18)$$

Ce terme ne prend pas en compte l'écrasement de la surface de contact sous l'effet du poids du voile, et la raideur K_r obtenue sera donc plus élevée que dans la réalité. On peut aussi obtenir la raideur d'un plancher sur deux appuis avec un essai statique sous l'effet d'un chargement réparti avec les formules suivantes :

$$y\left(\frac{L}{2}\right) = y_c = \frac{PL^4}{128EI} - \left(\frac{EI}{K_r} \frac{L}{2} + \frac{L^2}{8}\right) \frac{PL^3}{24EI \left(\frac{L}{2} + \frac{EI}{K_r}\right)} \quad (19)$$

$$K_r = EI \frac{EI \left(y_c - \frac{PL^4}{128EI}\right) + \frac{PL^4}{48}}{\frac{EIL}{2} \left(y_c - \frac{PL^4}{128EI}\right) + \frac{PL^5}{192}}$$

Ou avec une charge ponctuelle au milieu de la travée

$$y\left(\frac{L}{2}\right) = y_c = \frac{F}{EI} \left(\frac{L^3}{96} - \frac{\left(\frac{EI}{K_r} \frac{L}{2} - \frac{L^2}{8}\right) L^2}{16 \left(\frac{L}{2} + \frac{EI}{K_r}\right)} \right) \quad (20)$$

$$K_r = EI \frac{EI \left(y_c - \frac{FL^3}{96EI}\right) + \frac{FL^3}{32}}{\left(y_c - \frac{FL^3}{96EI}\right) \frac{EIL}{2} + \frac{FL^4}{128}}$$

Dans le cas où il est impossible de réaliser un essai statique (par exemple pour le dimensionnement d'un plancher dans un bâtiment neuf), on peut estimer la raideur K_r avec la formule précédente en supposant :

$$\begin{cases} y_{cinf} = \frac{5PL^4}{384EI} - \alpha F & \text{si } y_c > \beta \frac{PL^4}{384EI} \\ y_{cinf} = \beta \frac{PL^4}{384EI} & \text{sinon} \end{cases} \quad (21)$$

Les termes $\frac{5PL^4}{384EI}$ et $\frac{PL^4}{384EI}$ correspondent respectivement aux flèches aux centres pour une poutre bi-appuyé et pour une poutre bi-encasté. Les expressions de β et de α sont issues d'une étude sur un modèle élément fini détaillé en Annexe C. Les valeurs suivantes sont obtenues :

$$\alpha = 6.10^{-11} l_{app} h^{-3} L.$$

$$\beta = \frac{0.74}{\sqrt[4]{l_{app}}} + \frac{2100}{\sqrt{E_z}} + 1,9h - 0.092 \ln\left(\frac{L}{4,5}\right)$$

Avec l_{app} largeur de la portion de plancher où est appuyé la force

E_z module du plancher dans le sens vertical

h épaisseur du plancher (dans le cas d'un plancher traditionnel, il s'agit de l'épaisseur combiné de la plaque OSB et de la solive).

L longueur du plancher (considérée en soustrayant l_{app} à la longueur totale).

La méthode utilisée pour déterminer cette valeur est détaillée en annexe. Le contact aux extrémités de la poutre est unilatéral. Si l'on applique un effort dans la direction opposée au sens des appuis, la condition est beaucoup plus restrictive, et on peut supposer :

$$y_{csup} \approx \beta \frac{PL^4}{384EI} \quad (22)$$

Cette préconisation impose que la force appliquée par le voile soit supérieure à 500daN/m. La valeur de flèche considérée pour calculer la rigidité peut être prise en prenant la moyenne des deux valeurs :

$$y_c = \frac{y_{cinf} + y_{csup}}{2} \quad (23)$$

La rigidité est ensuite calculée en utilisant la relation (19). A partir de cette valeur, le premier mode propre du voile peut être déterminé analytiquement. La résolution est détaillée en Annexe C.

$$f^2 = \frac{504}{4\pi^2 \rho S} \frac{24E^3 I^3 + 14E^2 I^2 K_r L + E I K_r^2 L^2}{124E^2 I^2 L^4 + 22E I K_r L^5 + K_r^2 L^6} \quad (24)$$

✓ Validation expérimentale

La formule (24) a été comparée aux résultats expérimentaux sur « petits planchers » décrit au §3.2 Les résultats sont donnés dans les figures suivantes :

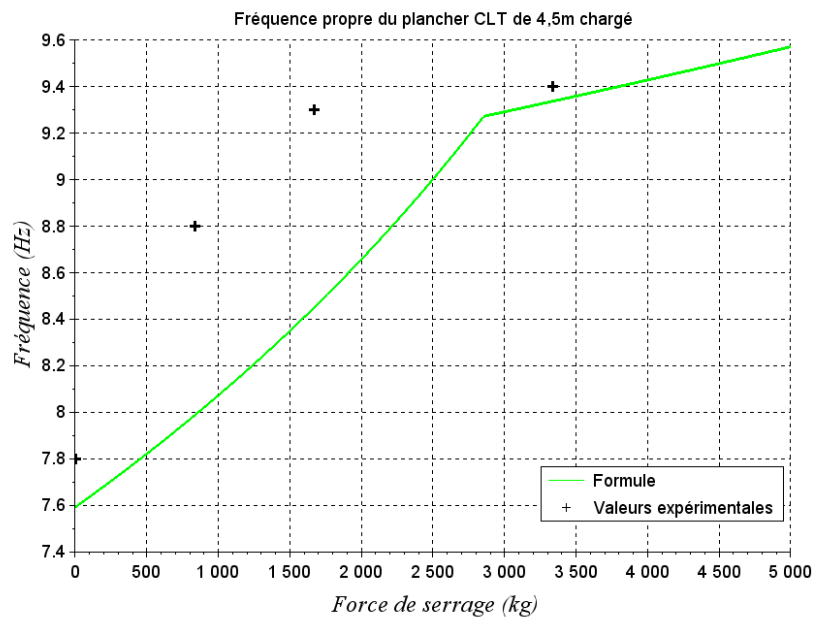


Figure 50 - Fréquence propre du plancher réduit CLT de 4,5m avec charge de 300kg au centre

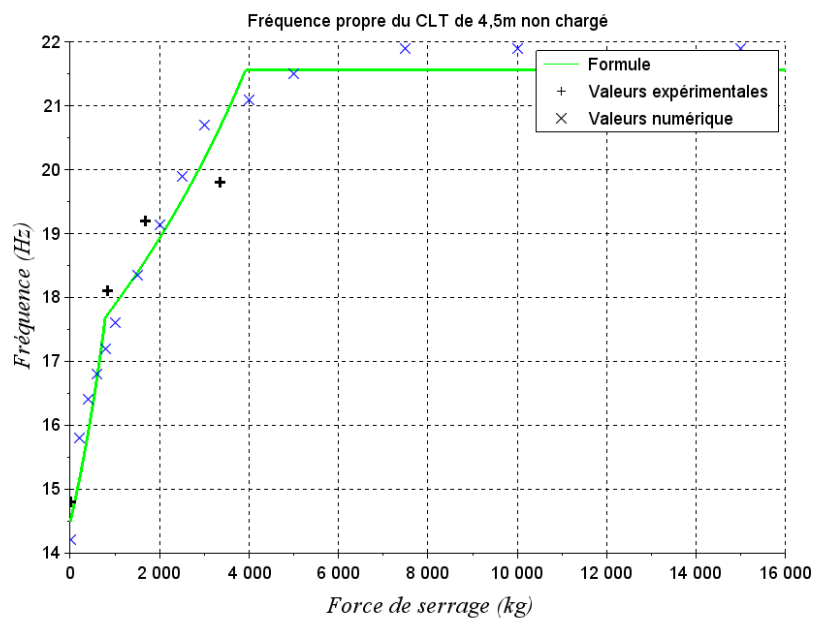


Figure 51 - Fréquence propre du plancher réduit CLT de 4,5m sans charge

Pour les essais sur plancher traditionnel, la valeur du module d'Young a été moyenné et une inertie équivalente de la section a été utilisée.

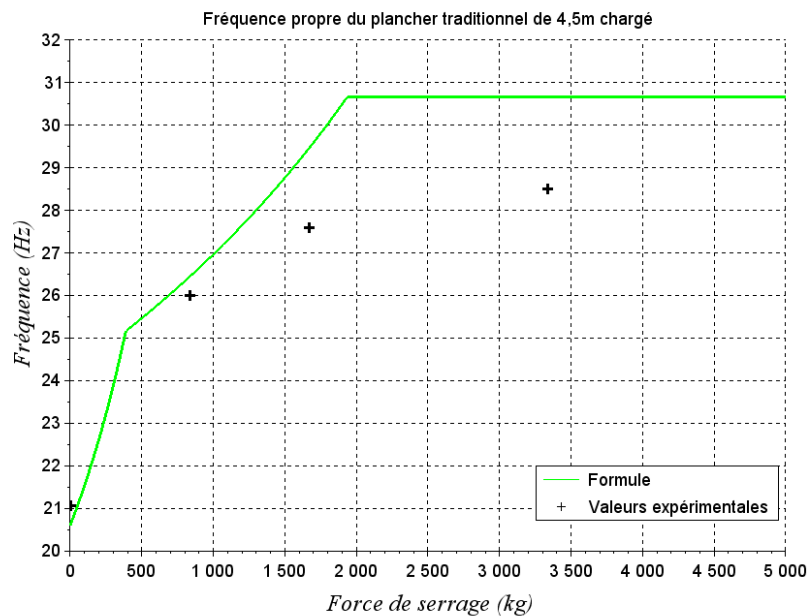


Figure 52 - Fréquence propre du plancher réduit traditionnel de 4,5m sans charge

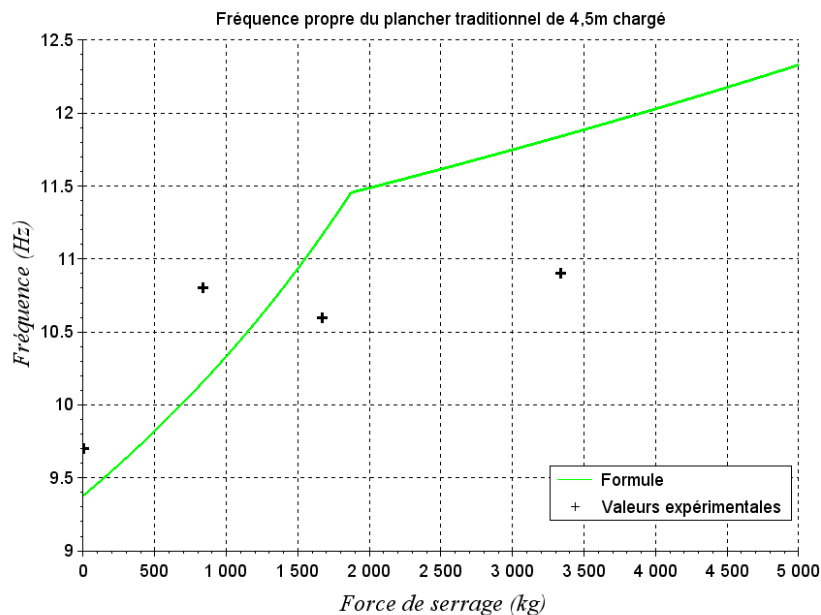


Figure 53 - Fréquence propre du plancher réduit traditionnel de 4,5m avec charge de 300kg au centre

La charge a été prise en compte en utilisant la formule (29) et en considérant une charge ponctuelle au centre de la poutre ($\alpha(x) = 1$).

La formule permet d'estimer les fréquences propres avec une précision de l'ordre de 10% par rapport aux essais de laboratoire. La partie suivante s'intéresse à l'extrapolation de ces calculs dans le cas d'un plancher sur 4 appuis.

• Cas d'un plancher sur quatre appuis

Dans le cas d'un plancher sur quatre appuis, de nombreux paramètres vont jouer sur la rigidité apportée par la masse des voiles, notamment le module d'Young transverse et les modules de cisaillement. Une approche théorique comme précédemment est impossible à mettre en place. Le mode de vibration d'un plancher sur 4 appuis avec une rigidité apportée par des voiles doit être calculé avec une approche éléments finis. De même que pour l'approche précédente, du fait de la complexité importante des phénomènes mis en jeu, il peut être préférable d'appliquer une majoration conservatrice de 10% de la fréquence propre du plancher pour prendre en compte l'effet du jeu sans chercher à affiner le résultat.

Une étude a néanmoins été menée afin d'analyser l'effet de différents paramètres sur la rigidité statique du plancher. A titre de simplification, nous considérerons alors que le rapport entre les fréquences du plancher avec et sans voile suit la fonction suivante :

$$R_F = \sqrt{\frac{1}{r_\delta}} \quad (25)$$

Avec r_δ le rapport entre la flèche au centre en présence de mur et la flèche au centre pour un plancher nu. Cette expression provient de l'expression de la pulsation d'un oscillateur libre.

Les résultats de l'étude numérique sont présentés en Annexe D.

Pour un jeu de paramètre donné, on peut tracer un graphe donnant l'évolution de la flèche au centre du plancher pour une masse répartie en fonction de la masse appliquée sur les voiles (en abscisse). Le résultat est divisé par la flèche pour une force sur les voiles nuls, afin d'obtenir des valeurs adimensionnelles. Un exemple est donné sur la figure suivante.

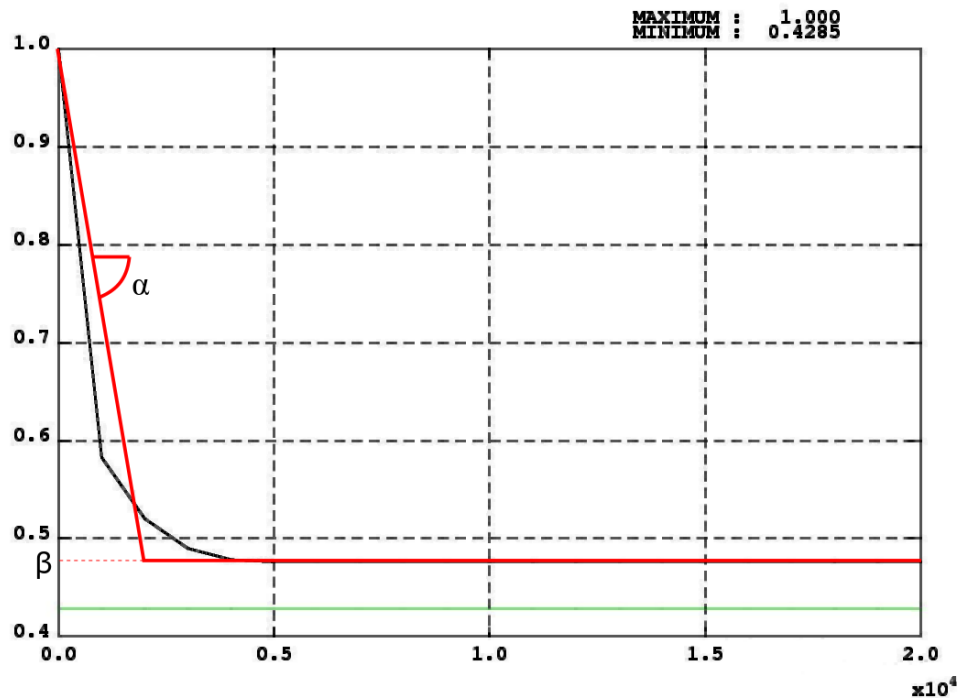


Figure 54 - Flèche normalisée au centre du plancher en fonction de la force appliqué sur les voiles. En noir la courbe résultat, en rouge une courbe bi-linéaire équivalente et en vert la valeur de la flèche en considérant le plancher encastré.

La courbe résultat est simplifiée en une courbe bi-linéaire définie par deux paramètres : α quantifie la pente de la flèche en fonction de l'effort et β le niveau du plateau. A partir de ces deux valeurs, on peut exprimer le ratio entre la flèche au centre du plancher avec ou sans effort sur les voiles.

$$r_{\delta} = \begin{cases} 1 - \alpha F \cdot 10^{-4} & \text{si } r_{\delta} > \beta \\ \beta & \text{sinon} \end{cases} \quad (26)$$

La force à partir de laquelle on atteint le plateau de déplacement s'exprime $F = \frac{1-\beta}{\alpha}$.

L'expression de α et β sont données par les formules (30).

$$\alpha = (0,87r_{ab}^{-0,7} \cdot (-2\lambda_l + 3) \cdot \frac{9,2 \cdot 10^{-2}}{ep_c} \cdot (5ep_v - 8,7 \cdot 10^{-2}))/0,6 \quad (27)$$

$$\beta = 3,3(r_{ab}^{-0,2} \cdot \lambda_l^{-0,5} \cdot (2ep_c + 0,2) \cdot ep_v^{-0,4} \cdot E_z^{-0,09})$$

r_{ab}	Ratio entre la longueur du plancher dans l'axe fort et la largeur du plancher
λ_l	Longueur du plancher dans l'axe fort divisé par 4,5

ep_c	Epaisseur du plancher (éventuellement épaisseur équivalente)
ep_v	Epaisseur des voiles
E_z	Module vertical du plancher (usuellement pris à $5.10^8 N/m^2$)

Le coefficient R_f peut ainsi être obtenu et multiplier avec les autres coefficients.

5.2.4 Commentaires sur la prise en compte des efforts aux appuis

L'estimation de l'effet des efforts aux appuis par le paramètre R_f n'est pas conservative, et il y a une incertitude importante sur les résultats, ce qui s'explique par la dépendance à de nombreux paramètres et aux conditions d'essais. A noter que l'incertitude sur l'estimation de la fréquence sera beaucoup plus élevée dans une situation réelle, puisque les paramètres nécessaires au calcul de la formule (24) sont eux même très incertains. Afin de simplifier les calculs et de se placer dans une situation conservative, il est possible d'appliquer un facteur de 10% sur les fréquences propres obtenues en configuration appuyée-appuyée pour considérer l'apport de rigidité apporté par les voiles. Cette considération est cohérente par rapport à des essais menés sur des planchers in situ [33]

5.3 Prise en compte des éléments non structuraux

Les éléments non structuraux participent au comportement dynamique du plancher en ajoutant à la fois de la masse, de la rigidité et de l'amortissement.

5.3.1 Cas d'un plancher sur deux appuis

Si les éléments structuraux ont vocation à être déplacés sur le plancher (bureaux, armoire), il convient de rajouter une masse répartie équivalente ρ_{add} sur l'entièreté de la surface du plancher. Cette approche n'est pas conservative dans le cas d'une masse ponctuelle au centre du plancher.

$$\rho = \rho_{plan} + \frac{m_{add}}{Sh} \quad (28)$$

Dans le cas d'un élément de taille réduite disposée sur le plancher et non destiné à être déplacé, sa masse doit être ajoutée à la masse répartie du plancher de la façon suivante :

$$\rho = \rho_{plan} + \frac{\alpha(x)m_{add}}{0,5Sh} \quad (29)$$

Avec m_{add} masse de l'élément ajouté

S et h surface et épaisseur du plancher

x distance avec le bord du plancher

$$\alpha(x) = \frac{16x(x^3 - 2ax^2 + a^3)}{5a^4}$$

$\alpha(x)$ est une fonction qui oscille entre 0 (masse localisée sur un bord) et 1 (masse au centre de la plaque).

5.3.2 Cas d'un plancher sur quatre appuis

De la même façon, dans le cas d'un élément potentiellement déplaçable, on ajoutera les masses additionnelles de la façon suivante :

$$\rho = \rho_{plan} + \frac{m_{add}}{Sh} \quad (30)$$

Dans le cas d'un élément fixe, on peut utiliser la relation

$$\rho = \rho_{plan} + \frac{4}{2 - \frac{a}{b}} \frac{\alpha(x,y)m_{add}}{Sh} \quad (31)$$

Avec m_{add} masse de l'élément ajouté

S et h surface et épaisseur du plancher

x, y distance entre l'élément ajouté et le centre du plancher

$$\alpha(x,y) = \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right)$$

5.3.3 Ajout de rigidité

Les cloisons, même si elles ne font pas partie de la structure du bâtiment, contribuent à augmenter la rigidité des planchers ce qui est en général bénéfique au dimensionnement [34]. La disposition la plus intéressante est d'avoir des cloisons perpendiculaires à la plus grande portée, qui vont agir comme des soutiens intermédiaires. Par contre, dans le cas d'une cloison qui s'arrête au milieu d'une travée et qui serait rigide, la masse modale du plancher peut être fortement diminuée, ce qui augmentera potentiellement les accélérations ressenties. Un cas exemple est donné sur la Figure 55.

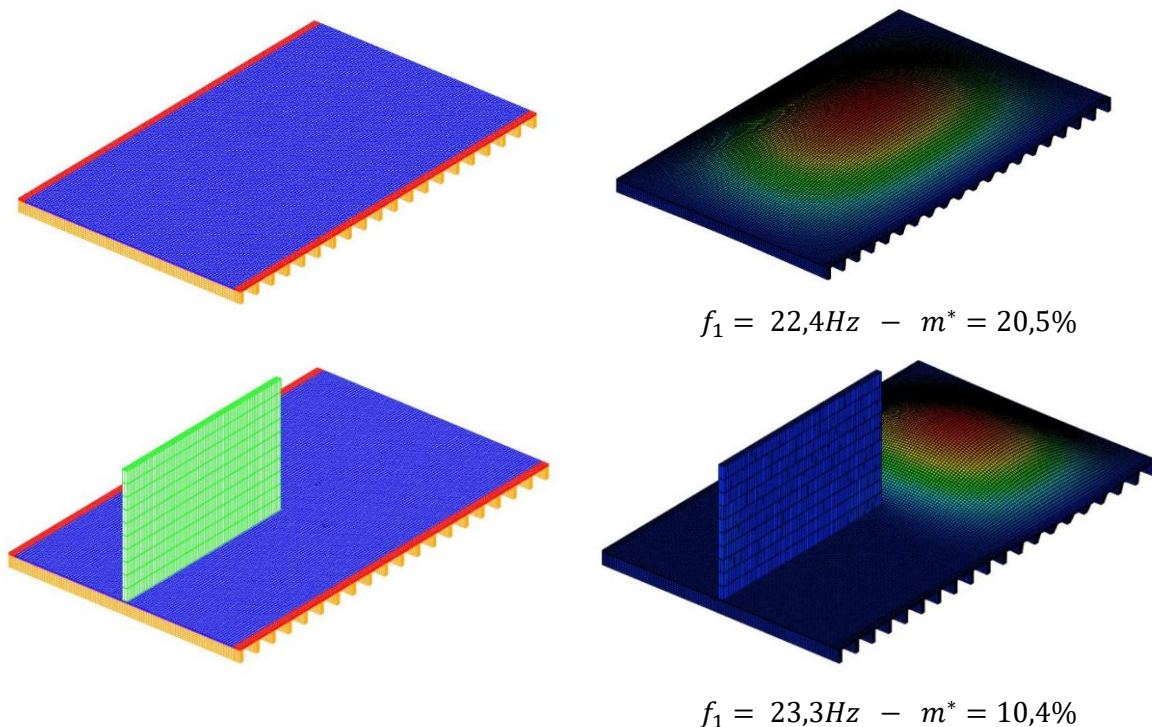


Figure 55 - Cas d'un plancher traditionnel avec une cloison rigide s'arrêtant en milieu de portée.

Du point de vue vibratoire, il est donc recommandé d'avoir des cloisons dont les extrémités sont proches des appuis, ou alors des cloisons non rigides (avec par exemple un jeu entre le haut de la cloison et le plancher).

5.4 Méthodologie de calcul

La Figure 56 résume la méthodologie proposée de calcul de la première fréquence propre de vibration d'un plancher bois.

Calcul de la fréquence propre d'un plancher bois

Formules de base

Plancher appuyé sur les 4 côtés

$$f_{mn_{4côtés}} = \frac{\pi}{2a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} (m^2 + n^2 \left(\frac{a}{b}\right)^2)$$

Plancher appuyé sur 2 côtés

$$f_{11_{2côtés}} = \frac{C}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}}$$

$$C = 0.051 \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 0.28 \left(\frac{a}{b}\right) + 9.86$$

$$f^{réel} = R_c R_\lambda R_F f^{base}$$

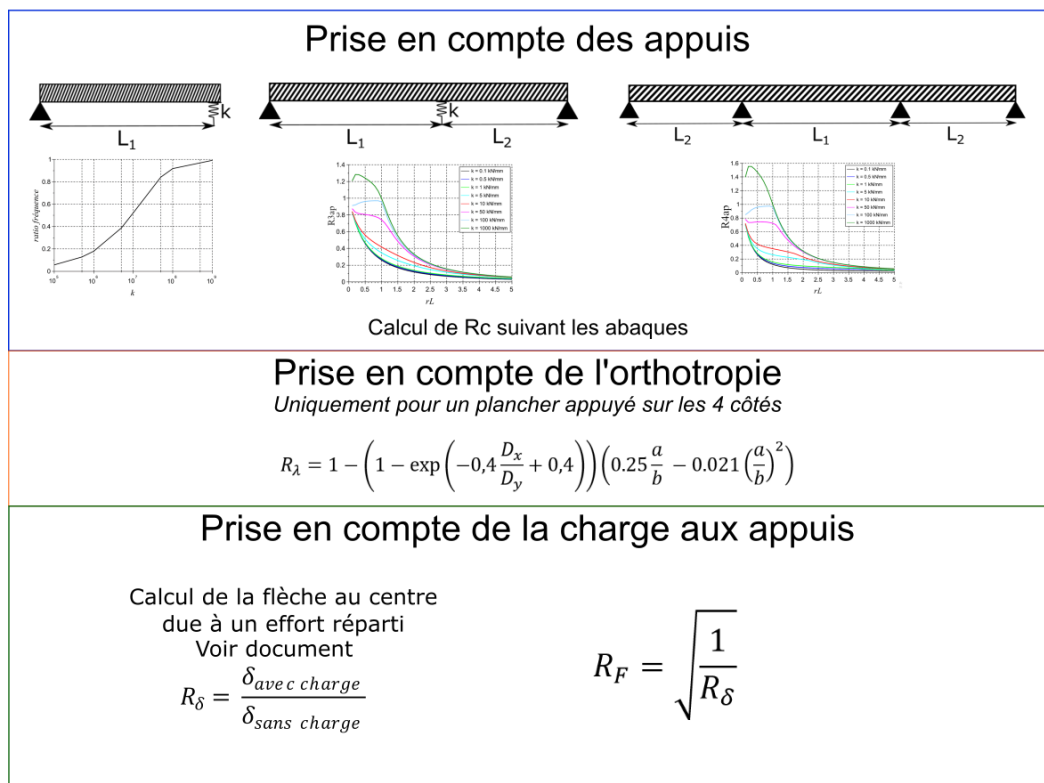


Figure 56 - Résumé de la méthodologie de calcul des fréquences de résonance

6. Exemples d'application pour des cas réels

Les méthodes proposées dans ce document ont été appliquées dans trois cas. Les calculs sont détaillés en Annexe I.

7. Caractérisation expérimentale de l'effet de la marche sur le plancher

7.1 Présentation des essais

Des essais de marche ont été effectués sur les deux planchers d'essais. Les accélérations du plancher ont été mesurées en un certain nombre de points correspondant aux ventres des premiers modes.

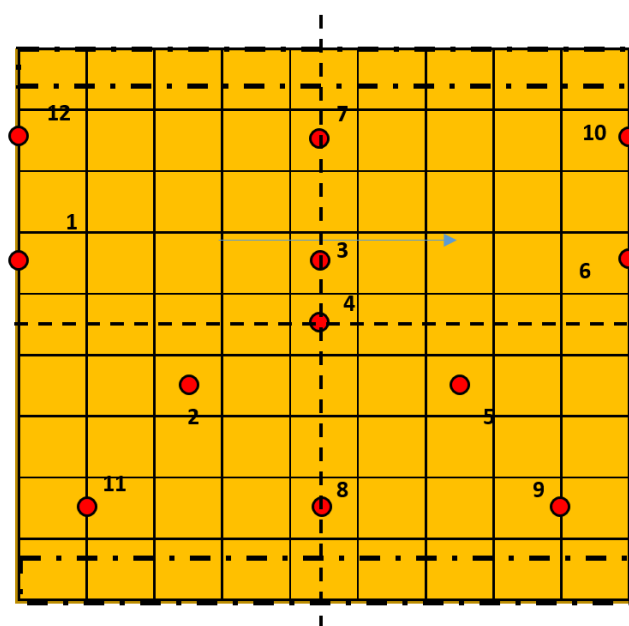


Figure 57 - Placement des capteurs sur les planchers. Chaque dalle correspond à un carré de 50x50cm

Les personnes participantes à l'essai ont effectué un aller simple, dans le sens de la flèche bleue. Les accélérations des 12 points correspondant aux accéléromètres ont été enregistrés à chaque passage. Le poids de chaque personne ainsi que son type de chaussure ont été consignés. La fréquence de pas des personnes est obtenue après essais via les mesures d'accélération.

7.2 Remarque : Valeur d'accélération expérimentale représentative

Les critères associés au confort sont souvent exprimés en tiers d'octave. La bande de fréquence est alors définie suivant des paliers non constants : on choisit une fréquence initiale

et les fréquences suivantes sont obtenues en multipliant la précédente par $\sqrt[3]{2}$. En général, on part de $f = 1\text{Hz}$. Les fréquences considérées sont donc :

1Hz, 1.26Hz, 1.59Hz, 2Hz, 2.52Hz, 3.17Hz, 4Hz, 5.04Hz, 6.35Hz ...

L'analyse en octave ou tiers d'octave est dérivée de l'acoustique et correspond à la perception de l'oreille humaine. Pour chaque tiers d'octave, le signal est filtré autour de la fréquence centrale par un filtre de type Butterworth et on ne conserve que sa valeur efficace (Figure 58).

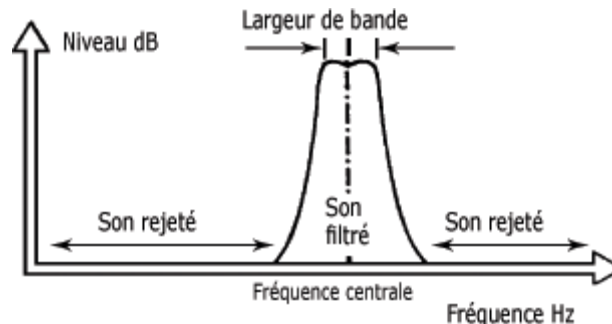


Figure 58 - Filtrage du signal sur une bande de fréquence

Cette approche permet de comparer différentes études. En effet, les accélérations mesurées sont très dépendantes de la fréquence d'échantillonnage du matériel d'essai. En définissant précisément la manière de traiter les signaux, les résultats de différentes études sont comparables, notamment en ce qui concerne les sensibilités aux accélérations.

On peut néanmoins regretter que cette approche n'est pas forcément pertinente vis-à-vis des vibrations solidiennes. Contrairement à l'acoustique où l'on étudie plutôt un « bruit » ambiant, en vibration solidienne il y a présence de pic d'énergie pour des fréquences très localisées. De plus l'approche en bande d'octave est réalisée sur l'ensemble du signal, alors que la marche est un phénomène par nature intermittent.

L'ISO 2631-1 [36] propose un calcul adapté à la mesure de l'accélération due à la marche : la valeur efficace mobile :

$$a_{RMS}(t_0) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0-T}^{t_0} a(t)^2 dt} \quad (32)$$

Avec T le temps d'intégration pris à une seconde
 $a(t)$ le signal d'accélération mesuré

Cette formulation a l'avantage de ne pas être dépendante de la durée du signal, de tenir compte de l'instant où l'amplitude des oscillations a été maximale sans pour autant être trop dépendante d'un pic local d'amplitude. C'est cette formulation qui a été conservée pour les mesures expérimentales.

A titre d'exemple, la Figure 59 présente le calcul de la valeur efficace appliqué sur un signal brut d'accélération mesuré sur le plancher dû à une activité de marche. La valeur efficace pondère fortement les pics, surtout s'ils sont très localisés et de hautes fréquences. La valeur

efficace retenue pour cette essai sera approximativement de 0,8m/s, alors que le pic d'accélération maximum relevé dépasse les 2,5m/s.

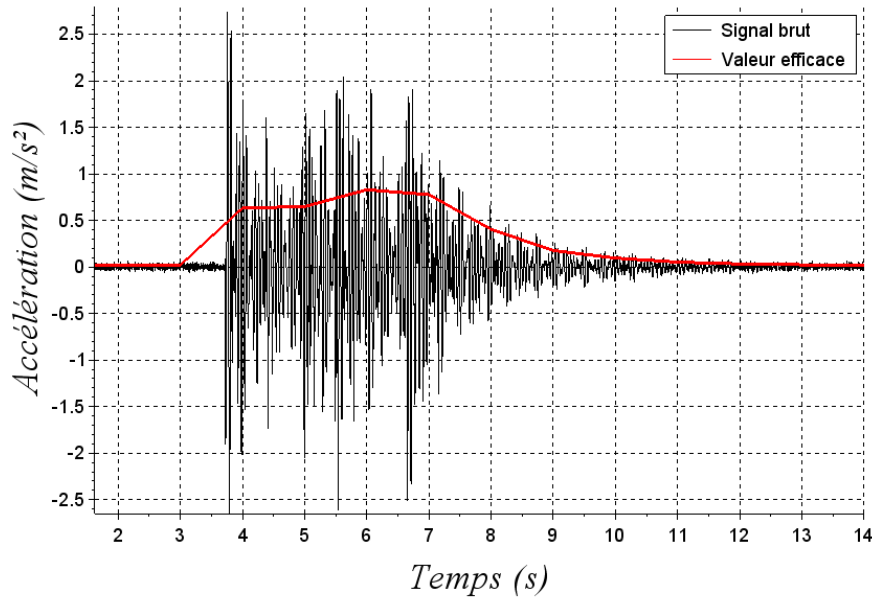


Figure 59 - Valeur efficace d'un signal brut d'accélération du à la marche.

7.3 Essais de calage

Des premiers essais ont été réalisés avec un faible nombre de participants pour tester la réponse du plancher et permettre un recalage facilité entre l'expérimental et le numérique. Ces essais ont été filmés afin de pouvoir identifier l'emplacement des pas lors de la marche.



Figure 60 - Image tirée d'un essai de marche sur le plancher CLT

7.4 Essai statistique

Des essais ont été réalisés avec un grand nombre d'individus sur les planchers CLT et traditionnels. La valeur d'accélération efficace maximale qui suit la définition (32) a été relevé pour chaque essais. La masse, la fréquence de pas et le type de chaussure de chacun des participants ont été aussi consignés. Les tableaux de résultats d'essais sont donnés dans l'Annexe H.

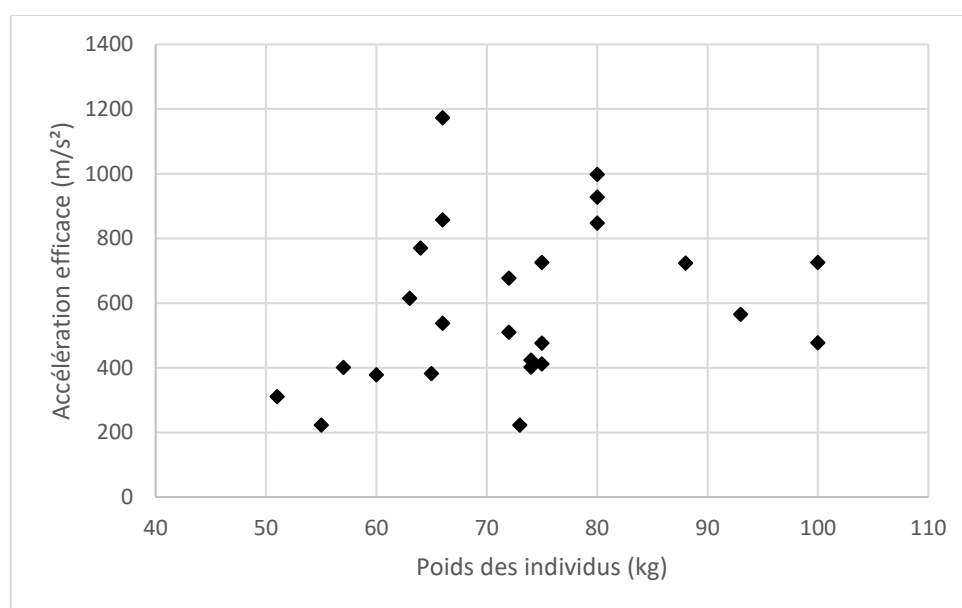


Figure 61 - Accélération efficace sur le plancher CLT en fonction du poids des participants

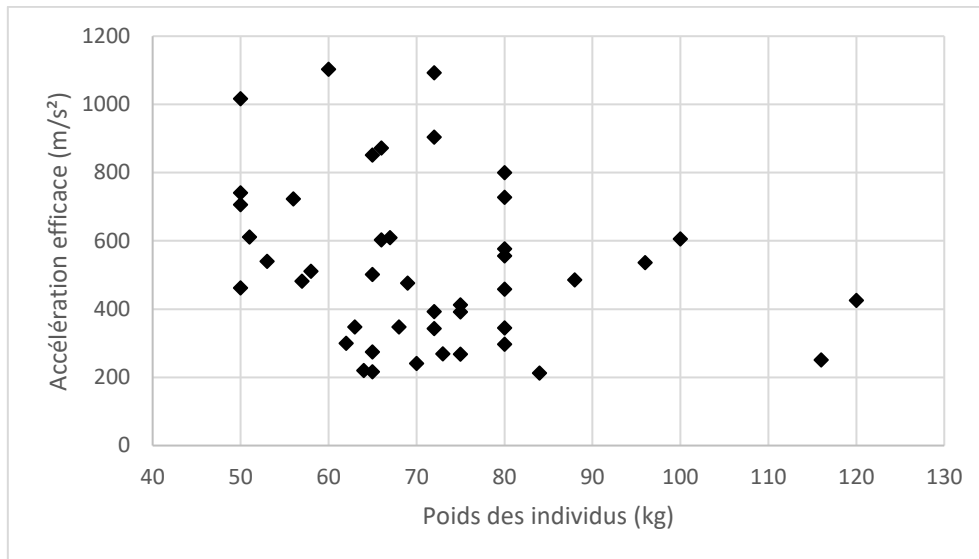


Figure 62 - Accélération efficace mesurée sur le plancher traditionnel en fonction du poids des participants

Les accélérations sont globalement du même niveau entre le plancher CLT et le plancher traditionnel, même si on observe des maxima plus importants sur le plancher traditionnel, qui peuvent éventuellement s'expliquer par le nombre accru de participants à l'expérience. Aucune corrélation directe ne peut être faite entre le poids des participants et l'accélération engendrée sur le plancher, même si théoriquement, on attend une relation proportionnelle entre ces deux valeurs. Par contre, on observe une tendance à avoir une accélération plus importante lorsque la fréquence de marche augmente. A noter que les participants n'ont pas une fréquence de marche particulièrement constante : une fréquence moyenne a donc été calculé à partir des Densités Spectrales de Puissances (DSP) de tous les signaux d'accélération.

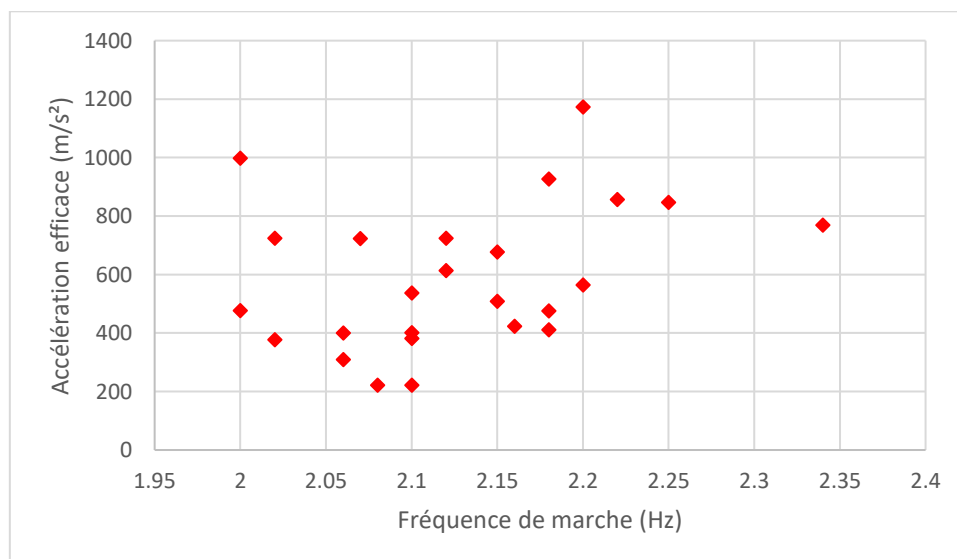


Figure 63 - Accélération efficace sur le plancher CLT en fonction de la fréquence de marche des individus

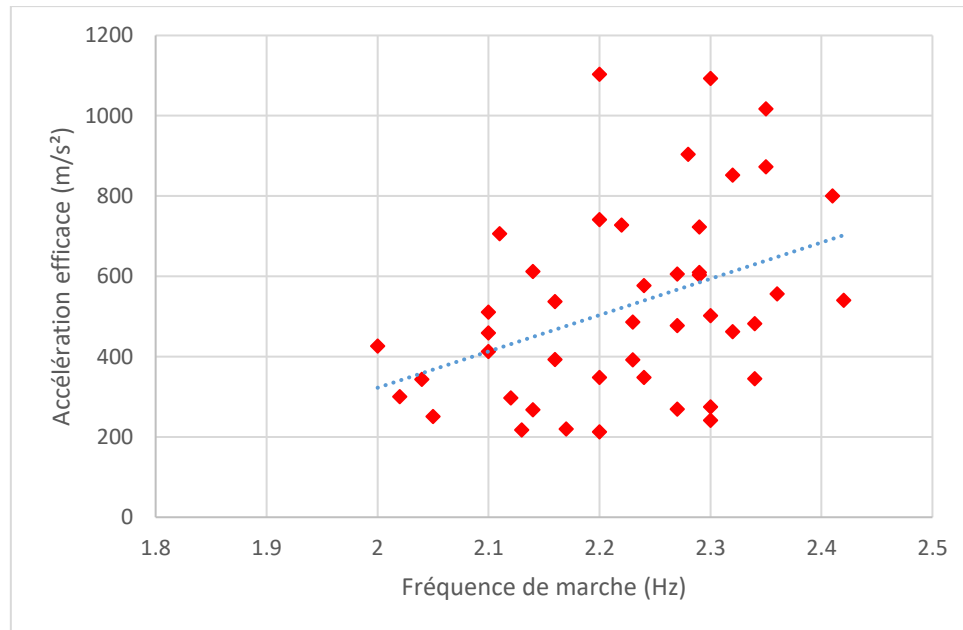


Figure 64 - Accélération efficace sur le plancher traditionnel en fonction de la fréquence de marche des individus

Ces essais sont comparés à la modélisation numérique dans le §9.

8. Approche formelle d'estimation des déplacements et accélérations due à la marche

8.1 Description de la sollicitation

8.1.1 Individu isolé

Le guide européen [36] donne des critères très précis pour estimer la forme des signaux temporelles liés à la marche. Le signal est décrit comme un polynôme de degré 8 par rapport au temps avec 8 paramètres K_i dépendant de la fréquence de résonnance du pas. Cette approche basée sur une grande campagne expérimentale permet de tracer les temporelles de la force sur le sol causé par la marche (Figure 65). Les coefficients K_i associés à une marche avec des chaussures d'hommes sont données dans le tableau suivant :

Tableau 13 - Coefficients de la sollicitation [6]

	$f_s < 1,75 \text{ Hz}$	$1,75\text{Hz} < f_s < 2\text{Hz}$	$f_s > 2\text{Hz}$
K_1	$-8f_s + 38$	$24f_s - 18$	$75f_s - 120,4$
K_2	$376f_s - 844$	$-404f_s + 521$	$-1720f_s + 3153$
K_3	$-2804f_s + 6025$	$4224f_s - 6274$	$17055f_s - 31936$
K_4	$6308f_s - 16573$	$-29144f_s + 45468$	$-94265f_s + 175710$
K_5	$1732f_s + 13619$	$109976f_s - 175808$	$298940f_s - 553736$
K_6	$-24648f_s + 16045$	$-217424f_s + 353403$	$-529390f_s + 977335$
K_7	$31836f_s - 33614$	$212776f_s - 350259$	$481665f_s - 888037$
K_8	$-12948f_s + 15532$	$-81572f_s + 135624$	$-174265f_s + 321008$

$$F(t)/Q = \sum_{i=1}^8 K_i t^i \quad (33)$$

La durée de sollicitation peut se calculer avec la formule suivante :

$$t_s = 2,6606 - 1,757f_s + 0,3844f_s^2 \quad (34)$$

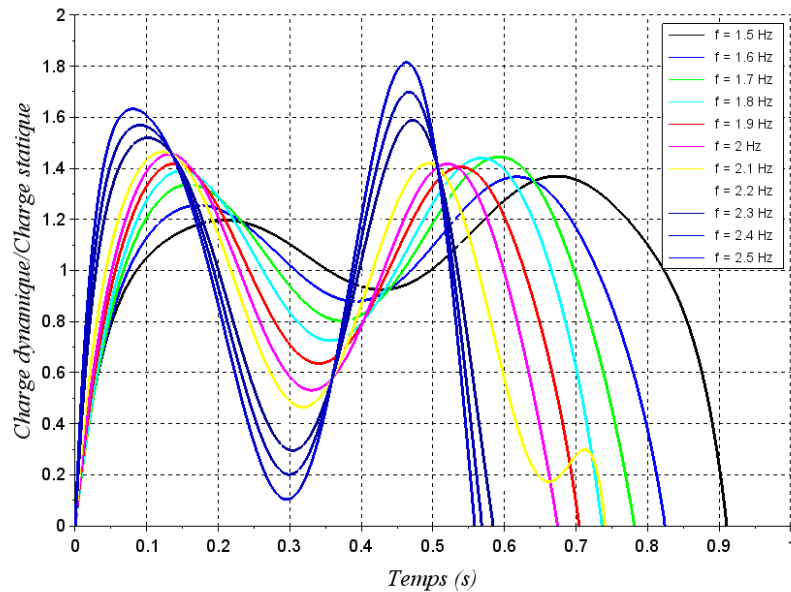


Figure 65 - Rapport entre la charge dynamique causé par le pas sur la charge statique avec l'approche décrite dans [37]

A noter que cette formule a quelques défauts. Du fait de son ordre élevé, elle est très sensible aux petites variations et il faut faire attention en cas d'utilisation en dehors de son domaine de validité (1,6 à 2,2Hz). Pour des fréquences supérieures, la relation (34) ne fonctionne plus. La composante négative du chargement est fixée à 0. Enfin, on observe des lobes supplémentaires autour de 2,1Hz qui ne sont pas physiques et qui peuvent être très accentués. Il faut vérifier qu'ils sont bien annulés pour pouvoir utiliser le signal.

Lorsque l'individu marche, il y a des phases où les forces se recoupent lorsque les deux pieds sont en contact avec le sol. La Figure 66 présente la force générée par deux pas l'un à la suite de l'autre. A noter que cette approche est très conservatrice : en réalité, lorsque les deux pieds touchent le sol, l'effort est bien moins important que pour deux pas isolés. Par soucis de simplicité et en l'absence de meilleur modèle existant dans la bibliographie, c'est cette approche qui est favorisée.

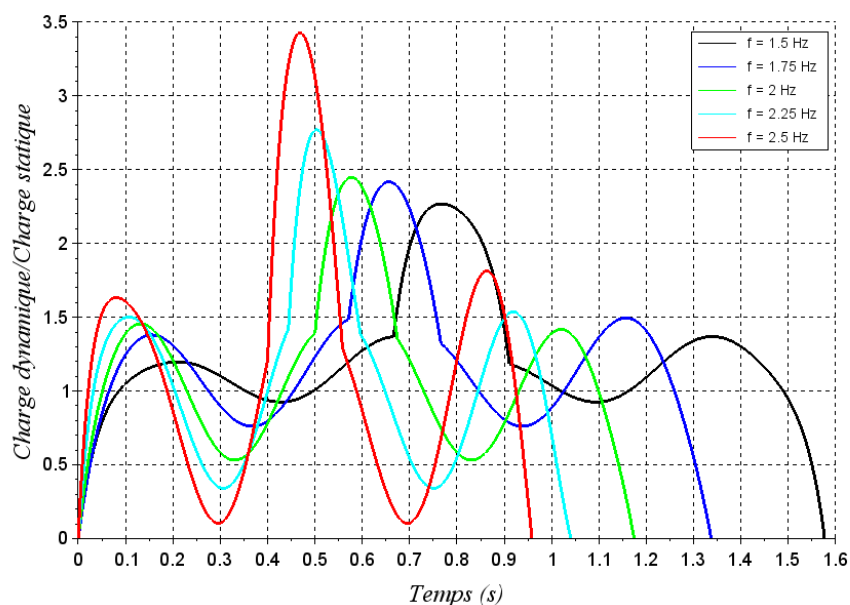


Figure 66 - Rapport entre la charge dynamique et la charge statique pour deux pas.

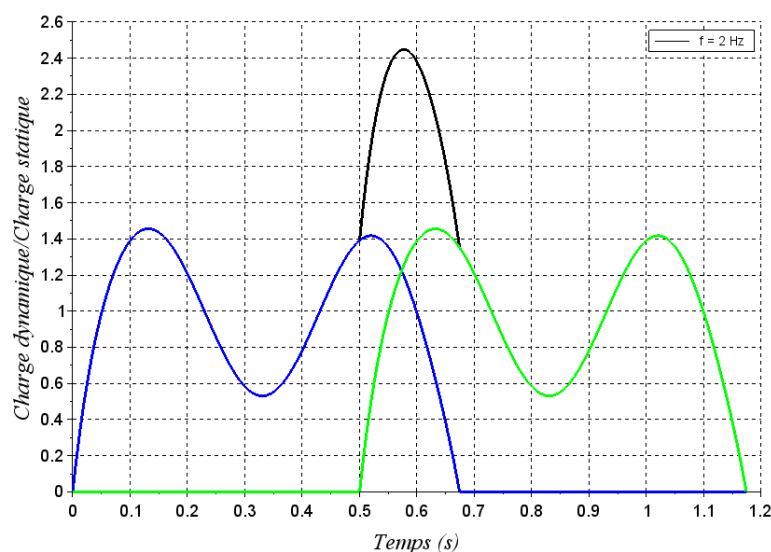


Figure 67 - Force générée par le pas 1 (en bleu), le pas 2 (en vert) et la somme des pas (en noir) pour $f = 2\text{ Hz}$

Si cette approche est intéressante pour avoir une expression temporelle précise du signal lié à la marche, elle ne décrit pas directement ces composantes fréquentielles.

Le guide d'AISC [13] fait aussi la synthèse d'un grand nombre d'études expérimentales et décrit les propriétés fréquentielles de différentes sollicitations. Deux types de sollicitations sont distinguées : les forces « impulsives » dues à des personnes isolées ou les forces « rythmiques » dues à un groupe d'individu. Les descriptions temporelles sont différentes par rapport aux précédentes puisque dans ce cas on ne considère que la partie variable de la force de contact.

Pour les forces impulsionnelles, celle-ci peut s'écrire :

$$F(t) = \sum_{i=1}^4 Q \alpha_i \sin(2\pi f_i t) \quad (35)$$

Avec $F(t)$ force générée

Q Chargement statique

α_i Coefficient associé au mode i

f_i fréquence du mode fondamental

Seul l'influence du mode fondamental et de ces 3 premiers harmoniques sont considérés, les harmoniques suivantes ayant une influence négligeable.

Les valeurs de f_i et α_i nécessaires pour reconstruire les efforts sont notés dans le tableau suivant : Seules les références les plus récentes sont conservées.

Activité	Source	Q (N)	f_1 (Hz)	α_i
Marche	Davis & Murray, 2010	750	1,6-2,2	0,4 – 0,07 – 0,06 – 0,05
Course	ISO 2007	750	2 - 4	1,4 – 0,4 – 0,1
Descente d'escalier	Davis and Avci, 2015	750	1,6 - 4	1,1 – 0,2 – 0,09 – 0,06

Tableau 14 - Paramètres fréquentiels des sollicitations dus aux mouvements de personnes isolés [13].

Pour plus de précision sur les composantes de la marche, on pourra considérer les coefficients suivants pour les harmoniques du pas : $\alpha_4 = 0,018$; $\alpha_5 = 0,014$; $\alpha_6 = 0,002$; $\alpha_7 = 0,008$; $\alpha_8 = 0,006$. Ces coefficients sont donnés à titre indicatif. Ils sont à priori trop faibles pour apporter de la gêne, sauf dans le cas d'un plancher avec une fréquence de résonance moyenne (10-15Hz) et un très faible amortissement.

8.1.2 Groupe sans coordination

Lorsqu'un groupe de personne marche sur un plancher, l'effort appliqué sur le plancher est plus important. Néanmoins, du fait de la disparité des profils des personnes et le fait que leur marche n'est pas synchronisée, la répartition de l'énergie du pas entre son premier mode et ses harmoniques est très différente de celle d'un individu isolé : le premier mode sera très marqué tandis que peu d'énergie sera associé aux harmoniques.

8.1.3 Groupe effectuant une activité coordonnée

Les sollicitations forcées dues à l'activité d'un groupe sont décrites avec la formule suivante :

$$P(t) = \sum_{i=1}^N w_p \alpha_i \sin(2\pi f_i t) \quad (36)$$

w_p est une estimation du poids moyen sur le plancher en kg/m^2 . Les coefficients pour différentes activités de groupe sont renseignés dans le tableau suivant :

Activité	Source	$w_p(kg/m^2)$	$f_1(Hz)$	α_i
Danse	NRCC 2010	60	1,5-2,5	0,5 – 0,05
Concert	NRCC 2010	151	1,5-3,0	0,25 – 0,05
Aérobic	NRCC 2010	20,2	2,0-2,75	1,5 – 0,6 – 0,1
Saut	Smith 2007	18,7	1,5-2,8	1,8 – 1,3 – 0,7 – 0,2

Tableau 15 - Paramètres fréquentiels des sollicitations dus aux mouvements de groupe [13].

A noter que pour les sollicitations de groupe, particulièrement les concerts ou la danse, les critères d'accélération acceptables seront bien entendu beaucoup plus souples, ce qui compense la valeur de sollicitation très élevée.

Les différentes sollicitations peuvent prendre toutes les valeurs de fréquence de la gamme considérée suivant la physionomie des personnes se déplaçant sur le plancher. Afin d'être conservatif du point de vue de l'étude, il conviendra de choisir la ou les fréquences dimensionnantes pour laquelle une des harmoniques correspond à la fréquence propre du plancher.

8.1.4 Autres sollicitations

D'autres sollicitations peuvent causer des nuisances, notamment les machines tournantes (machine à laver, lave-vaisselle ou machine-outil dans un atelier).

Des dispositions constructives sont préconisées pour éviter les nuisances de ces appareils, par exemple en les positionnant au droit d'un poteau, en les isolant avec des élastomères ou en isolant la partie de plancher sur lesquelles ils sont posés du reste de la structure.

Si les caractéristiques de la sollicitation sont connues, une étude du même type que pour les sollicitations dues aux activités humaines peut-être menée. La stratégie est alors de créer des spectres du même type que ceux exprimés aux paragraphes suivants, de calculer les accélérations ressenties et de les comparer à des classes de confort. Pour les sollicitations à relative haute fréquence par rapport au pas (par exemple, une machine à laver tourne approximativement à 15Hz), il est nécessaire de vérifier le critère sur tous les modes susceptibles d'être sollicités.

8.2 Spectre de réponse

Les sollicitations de type choc ou rythmique vont exciter de façon très différente les modes de vibration. Tandis que les sollicitations ponctuelles vont exciter une large gamme de fréquence, les sollicitations rythmiques exciteront principalement les fréquences très proches de la fréquence de résonance.

8.2.1 Sollicitation due à un individu isolé

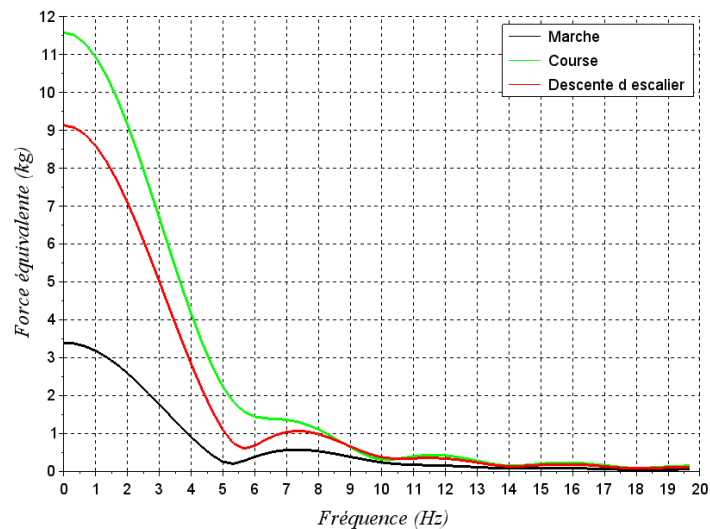


Figure 68 - Composante fréquentielle des différents types de signaux impulsionnels pour $f_1 = 2\text{Hz}$

On peut tout d'abord considérer un pas comme un évènement isolé. Dans ce cas, les sollicitations induites par les pas ont la forme d'un sinus cardinal dont l'évasement est guidé par la fréquence fondamentale du signal. Toute la gamme des basses fréquences sera donc sollicitée, mais les fréquences autour de 8Hz seront aussi sollicitées de façon non négligeable. On remarquera néanmoins que les forces mises en jeu sont très faibles et ne seront pas dimensionnantes. On suppose à présent que l'individu se déplace à pas régulier sur le plancher, le plancher subit donc un effort harmonique dont le centre se déplace. Les composantes fréquentielles du signal sont données par le Tableau 14. Des représentations temporelles et fréquentielles sont donnés par la Figure 69.

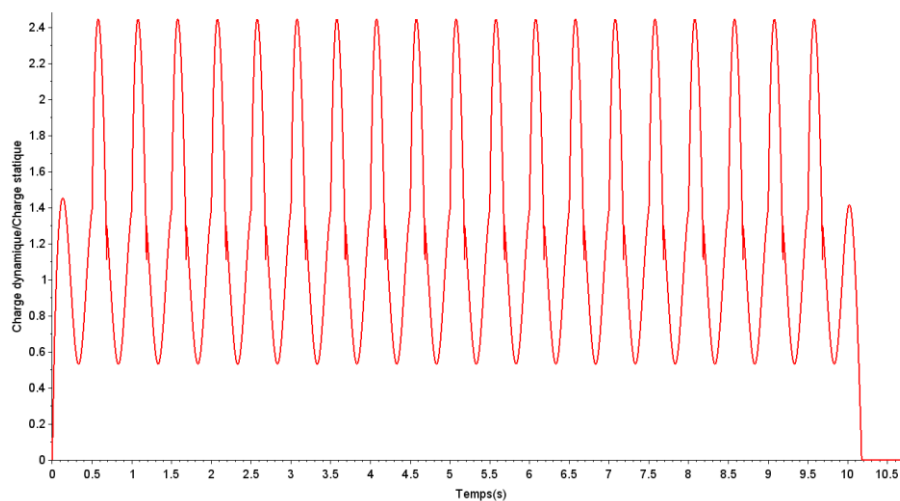


Figure 69 - Représentation temporelle d'une succession de 15 pas pour $f_1 = 2\text{Hz}$

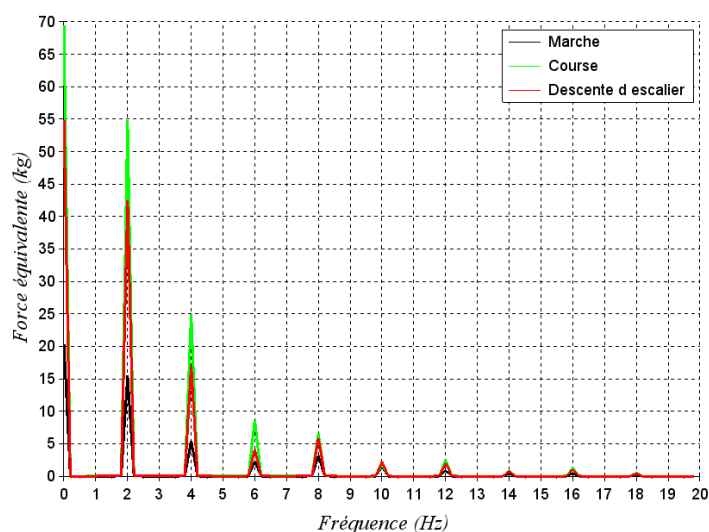


Figure 70 - Composante fréquentielle d'une suite de pas pour $f_1 = 2\text{Hz}$

Les graphes précédents ont été obtenus pour une fréquence de marche $f_1 = 2\text{Hz}$, or la fréquence du pas peut varier entre 1,6 et 2,2 Hz. Il est alors possible de définir un spectre de réponse qui englobe toutes les valeurs maximales d'amplification de la charge due aux effets :

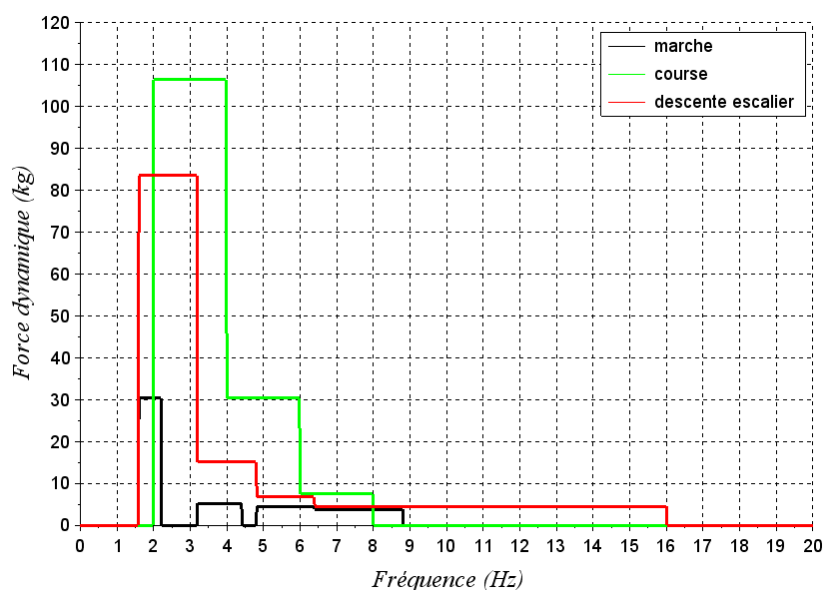


Figure 71 - Composante fréquentielle dans toute la gamme de fréquence du pas

8.2.2 Sollicitation rythmique

On peut opérer de la même manière pour les sollicitations de groupe défini dans le Tableau 15 pour obtenir l'enveloppe du spectre sollicité par les groupes.

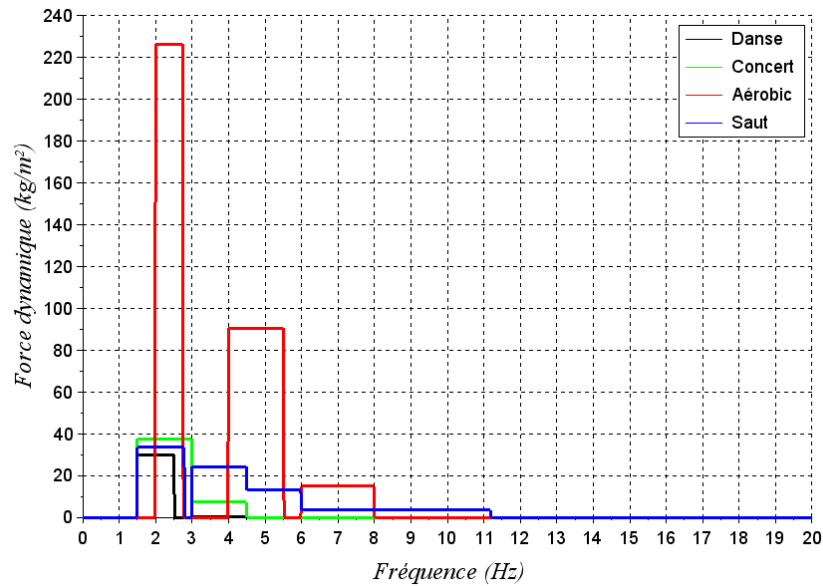


Figure 72 - Composante fréquentielle pour toute la gamme des fréquence de pas.

8.3 Compréhension physique de la réponse d'un plancher à l'aide d'un oscillateur simple.

On considère un oscillateur simple amorti sur lequel est appliqué un effort (Figure 73). En général, ce type d'oscillateur est étudié en oscillation libre ou pour une sollicitation forcée de type sinus. Dans ces cas, la solution du problème est simple à exprimer et n'est pas rappelé ici.

Dans notre cas, l'oscillateur simple représente l'un des modes de la structure sollicitée par la marche. La masse M correspond donc à la masse modale du plancher, k à la raideur modale associé et ξ l'amortissement modal. La résolution numérique de ce problème est traitée dans l'Annexe G.

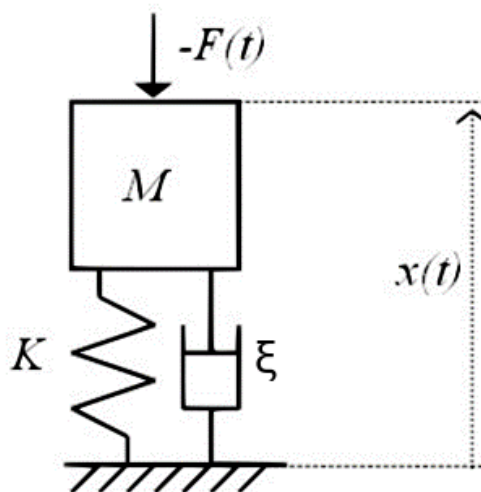


Figure 73 - Oscillateur simple amorti

La force exercée est une suite de pas exprimée par l'équation (33) et représenté sur la Figure 69. Cette force n'ayant pas d'écriture formelle simple, il n'est pas possible d'avoir une équation du déplacement $x(t)$ de l'oscillateur. Cependant, il est possible de résoudre le problème numériquement avec un schéma d'intégration explicite de Newmark. Deux cas de figures sont possible, soit la fréquence de résonnance de l'oscillateur est faible et un multiple de la fréquence du pas et peut être excité directement par la sollicitation, soit les accélérations maximales vont plutôt être dues aux instants où l'oscillateur peut être considéré en oscillation libre. A titre d'exemple, deux graphes montrant l'évolution de l'accélération en fonction du temps sont tracés sur les Figure 74 et Figure 75. L'allure du chargement est donnée à titre indicatif avec une amplitude non représentative. Les calculs sont effectués pour un masse de 1000kg et un amortissement de 3%. La raideur est ajustée de façon à avoir la pulsation de l'oscillateur souhaitée.

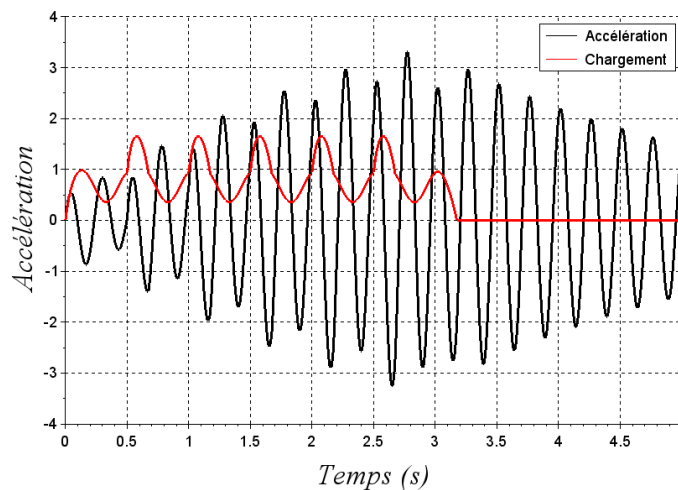


Figure 74 - Accélération d'un oscillateur pour $f_0 = 4\text{Hz}$ pour une marche à 2Hz

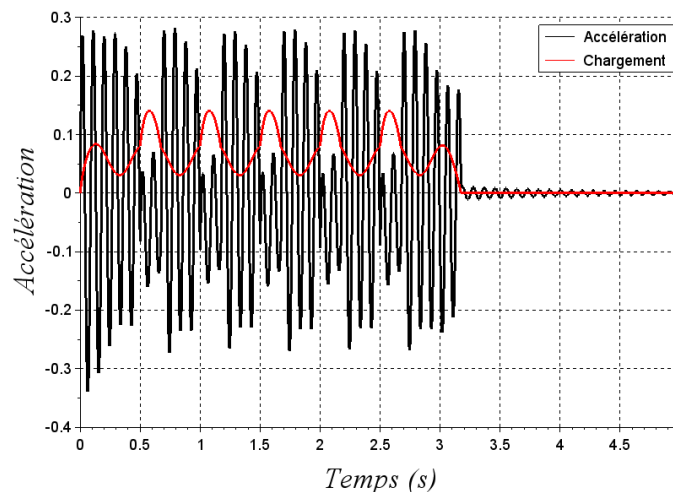


Figure 75 - Accélération d'un oscillateur pour $f_0 = 11\text{Hz}$ et $\xi=3\%$ pour une marche à 2Hz

Néanmoins, l'accélération mesurée sera globalement beaucoup plus faible lorsque l'oscillateur aura une fréquence de résonnance plus élevée (Figure 76).

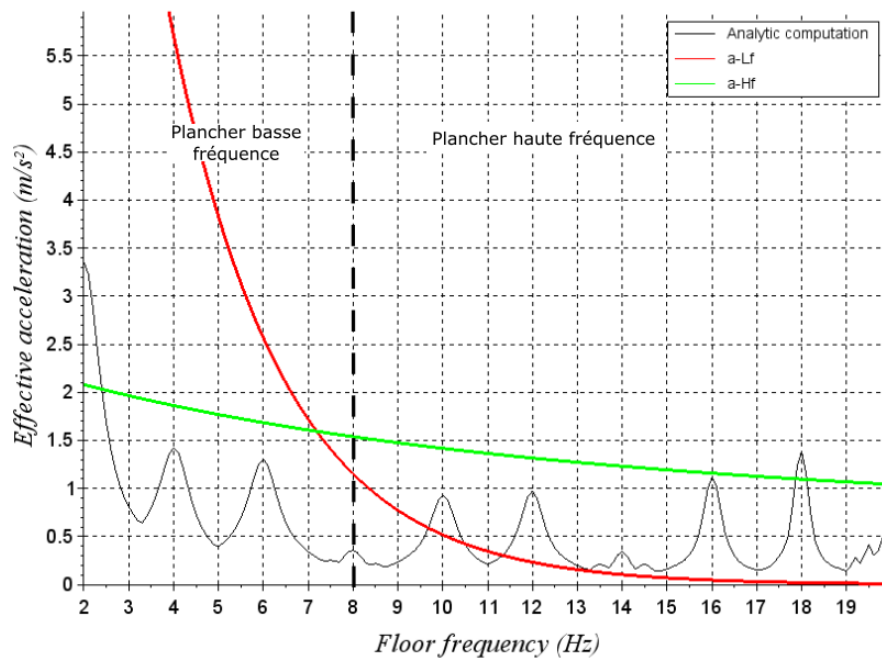


Figure 76 - Accélération maximale suivant la fréquence de résonance de l'oscillateur pour une marche à 2Hz

On remarque sur la Figure 76 que les pics d'accélération sont susceptibles d'être très marqués en dessous de 8Hz, mais qu'ils sont modérés au-dessus de 8Hz. On distinguera alors deux cas de figure : le cas où le plancher à une fréquence de résonance inférieure à 8Hz et le pas risque de le faire rentrer en résonance et le cas où le plancher à une forte fréquence de résonance et où il sera en oscillation libre. L'accélération maximale estimée par la formule basse fréquence de l'EC5 et les accélérations maximales obtenues par le calcul sont données sur la Figure 76. On observe clairement que la première formule englobe très bien les résultats de calcul dans le cas d'un plancher avec une faible fréquence de résonance, mais n'est par contre pas du tout adapté pour des planchers à forte fréquence de résonance. Le critère haute fréquence établi lors de ce projet et qui est décrit dans la partie suivant, englobe bien les résultats haute fréquence.

8.4 Estimation de l'accélération induite par la marche

8.4.1 Plancher à faible fréquence de résonance

Dans ce premier cas, l'accélération peut être déterminée avec la relation de la version à venir de l'Eurocode 5 :

$$a_{BF} = \frac{0.4\alpha Q}{\sqrt{2} 2\xi m^*} \quad (37)$$

Q Force statique exercée par le piéton

m^* Masse modale du plancher

$\alpha = e^{-0.4f_1}$

f_1 Mode de résonance du plancher

Le terme $\frac{1}{2\xi}$ représente l'amplification dû au mode de résonance¹. La valeur RMS est obtenue de façon simplifiée en divisant par $\sqrt{2}$. Le terme 0.4 qualifie le fait que le marcheur est rarement au centre de la portée du plancher. Il ne sera pas considéré dans nos applications puisque l'accélération est mesurée en tout point pour un marcheur au centre. Le terme α pondère l'effort dynamique appliqué. Il peut être directement lu dans un spectre du type de celui de la Figure 71.

Cette formule n'est pas à même d'estimer l'accélération du plancher à haute fréquence de résonance. Seule la fréquence du pas associée au mode de résonance du plancher est considérée. Or les autres fréquences liées à la marche génèrent des efforts qui vont aussi solliciter dynamiquement le plancher.

8.4.2 Plancher à forte fréquence de résonance

Dans le cas d'un plancher à forte fréquence de résonance, le signal ne sera pas amplifié par le pas et restera globalement du même ordre de grandeur quel que soit le nombre de pas (voir Figure 75).

Dans ce cas, ce sont les changements de contact sur le plancher (lorsque le deuxième pied touche le plancher ou lorsque le premier en décolle) qui déclenchent des pics d'accélération. Le changement de configuration conduit à un pic d'effort sur le plancher. Supposons que la fréquence de la marche soit très faible vis-à-vis de la fréquence du pas et que donc l'effort dû au pas puisse être considéré comme une charge statique. A partir de la formulation de l'effort des pas de l'équation (33), il est possible de déterminer l'effort maximal dû à la marche.

$$F_{\max} = Q(0.57f_p - 0.104) \quad (38)$$

Avec f_p la fréquence de la marche.

Le déplacement en supposant l'effort comme statique est donc égal à :

$$x = \frac{\Delta F}{k} \sin(2\omega t) \quad (39)$$

A partir du moment où le déplacement est maximal, le système se comporte comme un oscillateur libre à sa fréquence de résonance. Son accélération peut donc s'écrire :

$$\ddot{x} = -\frac{\Delta F}{k} \omega_0^2 \sin(\omega_0 t) e^{-\xi \omega_0 t} = -\frac{\Delta F}{m^*} \sin(\omega_0 t) e^{-\xi \omega_0 t} \quad (40)$$

On s'intéresse à la valeur efficace du signal sur une seconde. A partir du premier pic, le plancher se comporte comme un oscillateur amorti d'amortissement ξ . Le coefficient par lequel il faut multiplier le pic du signal pour obtenir la valeur efficace s'écrit de la manière suivante :

¹ On rappelle la formule de l'amplification d'un mode (DAF, dynamic amplification factor) dû à la résonance.

$$DAF = \sqrt{1 - 2(1 - 2\xi^2) \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4}$$

$$V_{eff} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{((2\xi^2 + 1)e^{2\xi\omega_0 T} - 1)e^{-2\xi\omega_0 T}}{T\omega_0\xi^3 + T\omega_0\xi}} \quad (41)$$

Avec T période étudiée fixé à 1s.

Le détail de l'obtention de la valeur efficace est donné en Annexe F.

L'accélération maximale peut alors s'écrire :

$$a_{HF} = \frac{(0,57f_p - 0,104)}{2} \sqrt{\frac{((2\xi^2 + 1)e^{2\xi\omega_0 T} - 1)e^{-2\xi\omega_0 T}}{T\omega_0\xi^3 + T\omega_0\xi}} \frac{Q}{m^*} \quad (42)$$

8.4.3 Applications aux essais

La formule précédente est comparée aux résultats expérimentaux obtenus au §7.4. Les planchers CLT et traditionnels utilisés dans ce projet ont des fréquences supérieures à 8Hz, c'est donc l'expression a_{HF} que nous utilisons.

Pour chaque essai, en fonction de la fréquence moyenne du pas des individus et de leur poids, l'accélération a_{HF} est calculée. On détermine une marge qui est le ratio entre l'accélération estimée par la relation (42) et l'accélération efficace déterminée expérimentalement.

$$Marge = \frac{a_{HF}}{a_{exp}}$$

Cette marge est calculée pour les essais sur CLT et sur plancher traditionnel et représentée Figure 77 et Figure 78.

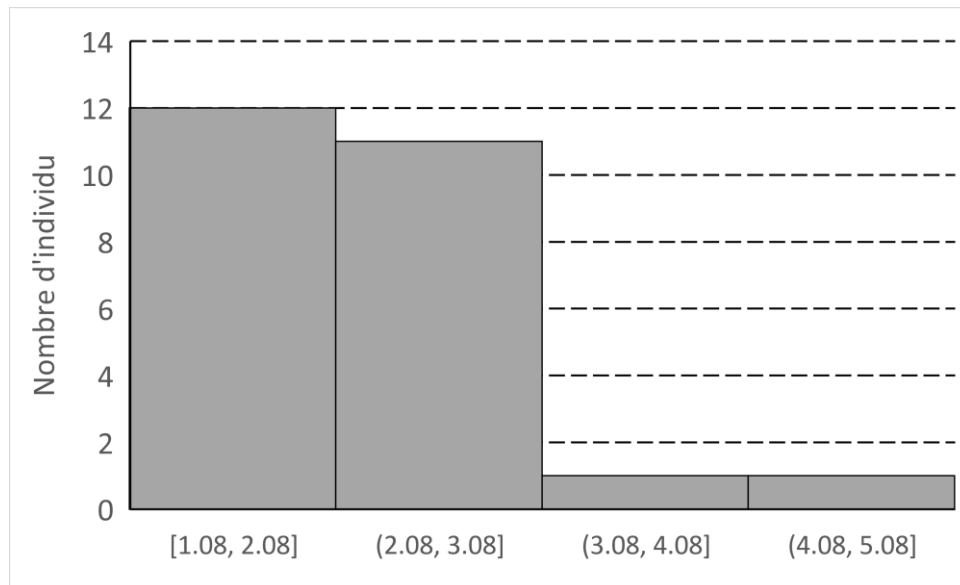


Figure 77 - Marge essais sur plancher CLT (minimum 1.08)

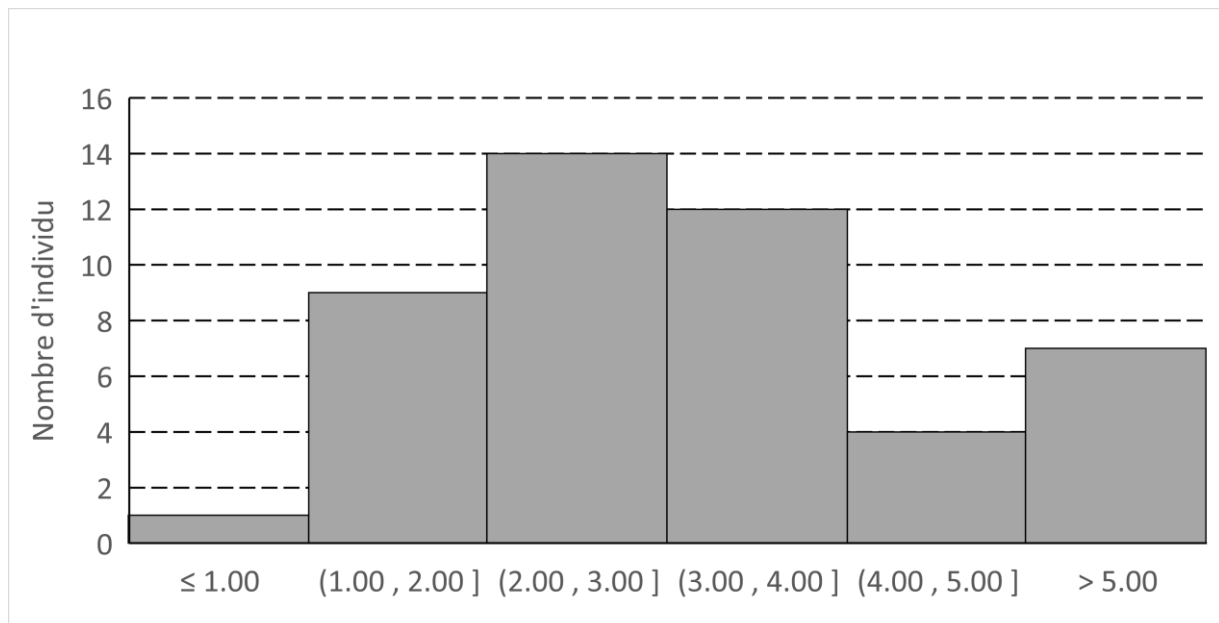


Figure 78 - Marge essais sur plancher traditionnel (minimum 0,98)

La formulation doit être conservatrice sans non plus exagérer trop l'accélération estimée. Les résultats donnent une estimation de l'accélération principalement conservatrice (Marge>1), à l'exception d'un essai pour le plancher traditionnel où la marge est de 0.98. Dans le cas du CLT, on a une très bonne estimation de l'accélération réelle puisque la majorité des résultats ont une marge comprise entre 1 et 3. Dans le cas du plancher traditionnel, les résultats sont beaucoup plus évasés ce qui est probablement dû aux incertitudes liées à la structure plus complexe du point de vue mécanique. De plus, la présence d'hétérogénéité et de liaisons a tendance à limiter la propagation des ondes de vibrations, ce qui n'est pas pris en compte dans la formule. Néanmoins, cette formule donne une approximation réaliste et enveloppe des accélérations dues à la marche dans un cas idéal. Les résultats sont condensés dans la Figure 79.

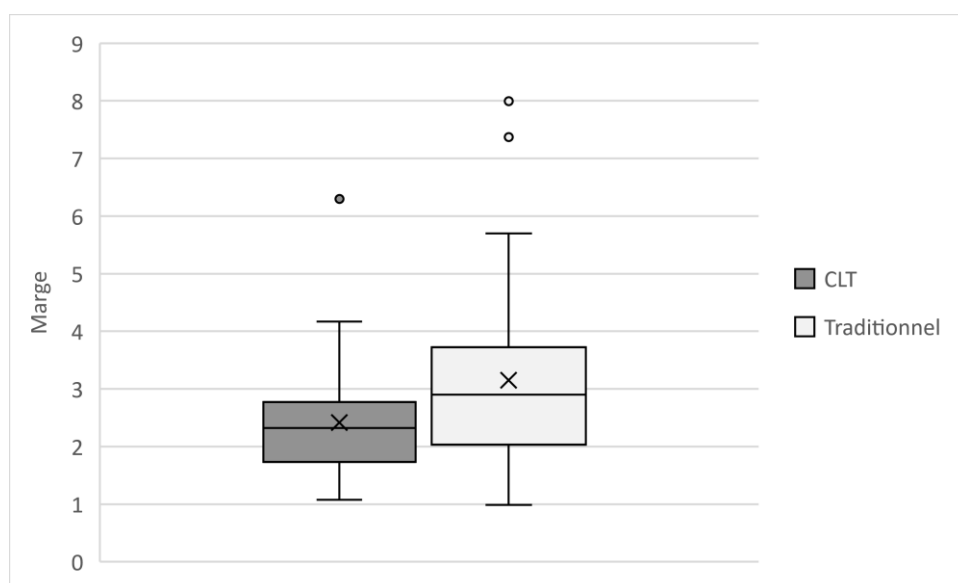


Figure 79 - Marge expérimentale sous la forme d'une boîte à moustache

9. Modélisation numérique de la marche

9.1 Présentation de la simulation

Le pas normatif est décrit au §8.1. La stratégie de modélisation numérique est la suivante : On considère la forme d'un pas isolé. Un parcours est défini au préalable. De nombreux paramètres jouent :

- Poids de la personne
- Longueur du pas
- Fréquence du pas
- Trajectoire

Ces différents paramètres influencent la réponse du plancher

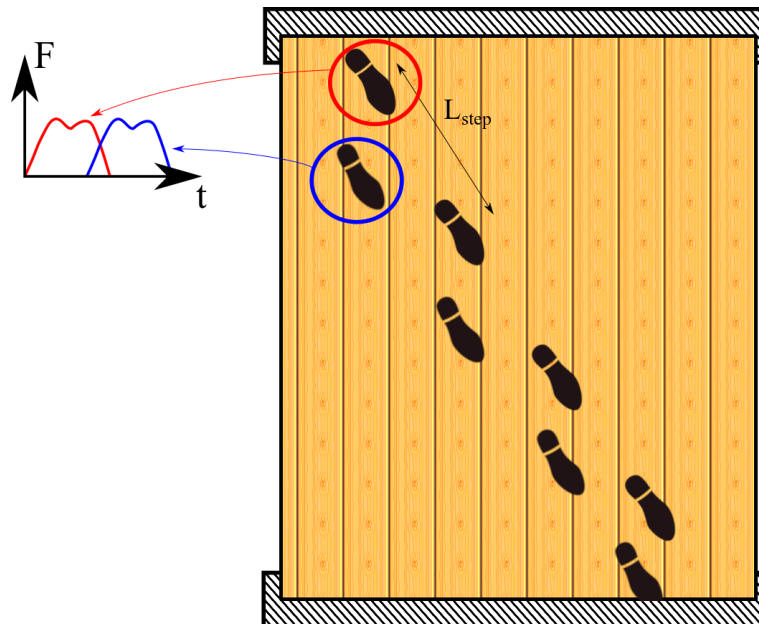


Figure 80 - Schéma de représentation du pas sur le plancher

La longueur du pas est fixé à 70cm, et on considère que l'espacement entre les centres des pieds est égal à 40cm. L'effort est appliqué ponctuellement sur des nœuds du maillage, ce qui est conservatif vis-à-vis des déplacements provoqués et permet de s'affranchir de la description spatiale du chargement d'un pas difficile à bien définir. Nous considérerons dans les calculs soit une marche au centre de la portée du plancher soit des trajectoires aléatoires.

9.2 Description de la modélisation

Pour résoudre le problème, le logiciel CASTEM a été utilisé, le même qui a servi à l'analyse modale (§4). Le même maillage de plancher a été utilisé. Nous avons réalisé un calcul temporel avec un schéma d'intégration explicite en projetant les degrés de liberté de la

structure sur les 50 premiers modes (réduction modale). Cette approche permet de réaliser des calculs beaucoup plus rapides pour des problèmes dynamiques.

9.3 Essais de calibration

Des essais de calibrations précis ont été réalisés expérimentalement. Un certain nombre de personnes ont traversé le plancher parallèlement ou perpendiculairement à la ligne d'appui. Les passages ont été filmés et les accélérations ont été mesurées aux différents nœuds du plancher. Ces essais ont pour objectif de reproduire le mieux possible l'expérience à l'aide de l'outil numérique pour évaluer le niveau de précision de la méthode.

On considère les accéléromètres placés aux trois points critique du plancher : en son centre et sur les côtés libres au milieu de la portée. Soit un individu de 80kg ayant une fréquence de marche approximative de 2,1Hz. Les Figure 81 et Figure 82 illustrent les accélérations relevées expérimentalement et calculées numériquement pour un même individu. Numériquement, la fréquence, le poids et l'emplacement des pas ont été adaptés pour se conformer au plus près à l'expérience, mais le chargement dû au pas utilisé est celui préconisé par le guide HIVOSS (voir §8.1.1). Le critère de VIBOIS a été indiqué sur les figures, sans tenir compte du coefficient des valeurs efficaces pour comparer avec les valeurs maximales du signal.

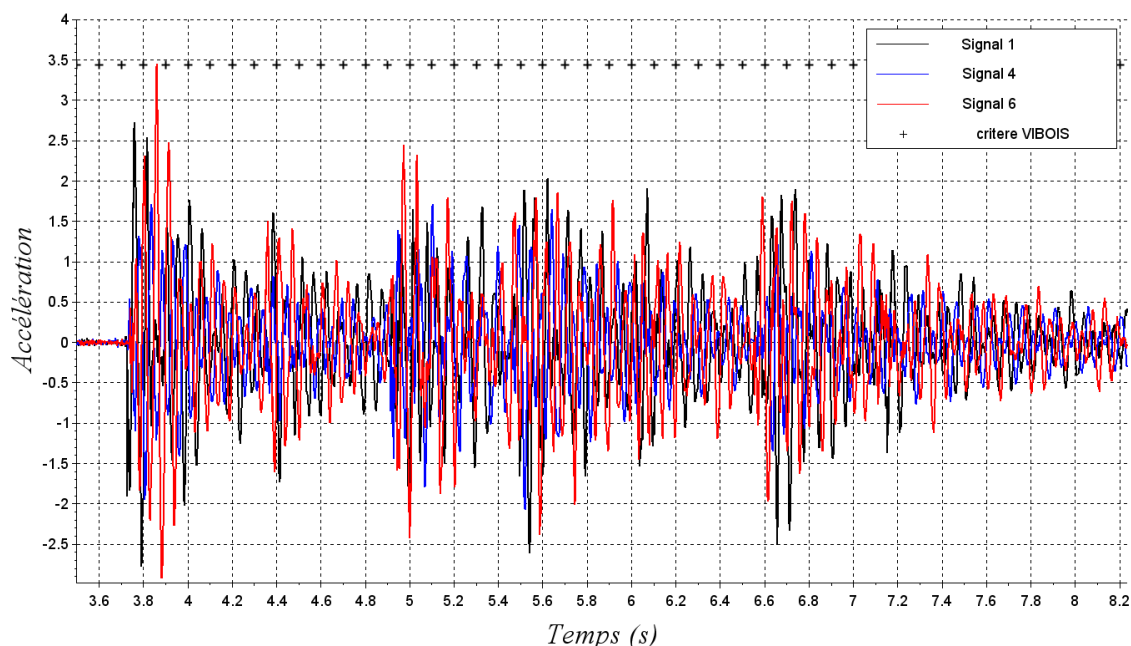


Figure 81 - Accélérations relevées expérimentalement sur le plancher CLT pour un individu de 80kg ayant une fréquence de marche de 2,1Hz

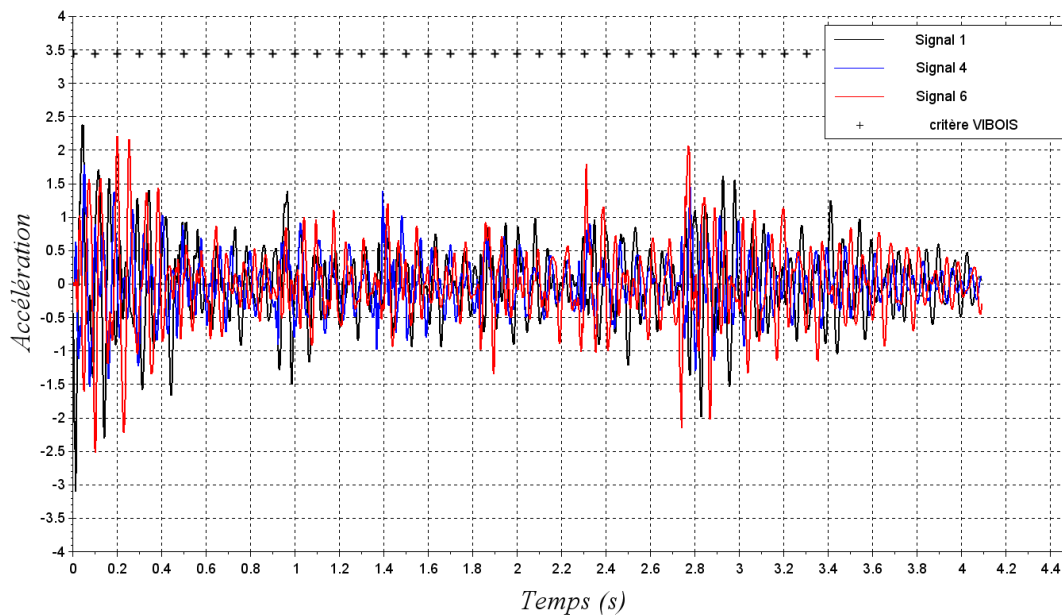


Figure 82 - Accélérations calculées numériquement sur le plancher CLT pour un individu de 80kg ayant une fréquence de marche de 2,1Hz

L'amplitude des accélérations est du même ordre de grandeur expérimentalement et numériquement, même si les résultats numériques ont tendance à être un peu plus faibles.

D'un point de vue fréquentiel, la différence est plus notable, comme le montre la Figure 83.

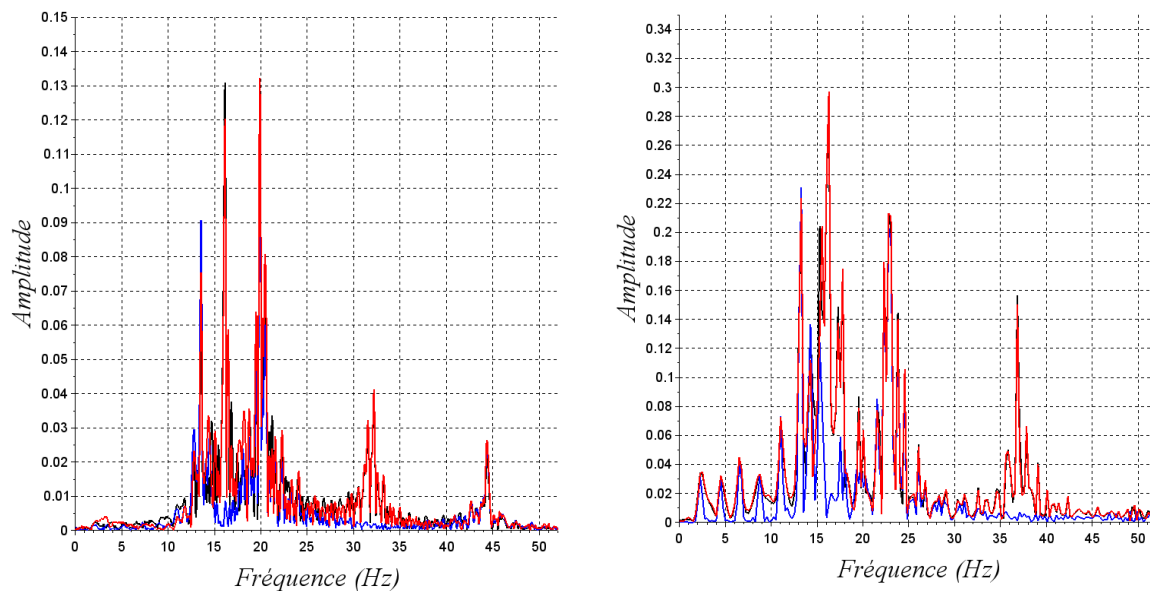


Figure 83 - DSP expérimentale (à gauche) et numérique (à droite)

Dans le calcul numérique, tous les pas sont identiques, ce qui conduit à une sollicitation harmonique et donc des pics d'amplitude dans les basses fréquences. Dans la réalité, la marche n'est pas exécutée à fréquence parfaitement constante, et la densité spectrale de puissance est donc plus chahutée. On observe aussi que certains modes (par exemple le

mode 2 de plaque correspondant à une déformée des bords libres) sont plus marqués numériquement qu'expérimentalement. Les accélérations ont été relevés aux endroits où les accéléromètres avaient été placés expérimentalement. Tous les scripts Cast3m liés aux projets sont joints à ce document.

9.4 Analyse statistique

Les paramètres de calcul (la trajectoire, la fréquence des pas et le poids des personnes) sont déterminés aléatoirement.

- Trajectoires :

Le point de départ de l'individu est choisi aléatoirement sur un des côtés du plancher. Si le point de départ est du côté d'un des appuis, il traverse le plancher perpendiculairement aux appuis. Sinon, il le traverse parallèlement aux appuis. La longueur de foulée considéré est de 0,7m et un écart entre le pas à gauche et le pas à droite de 40cm, ce qui explique l'allure crénelée des courbes de trajectoire.

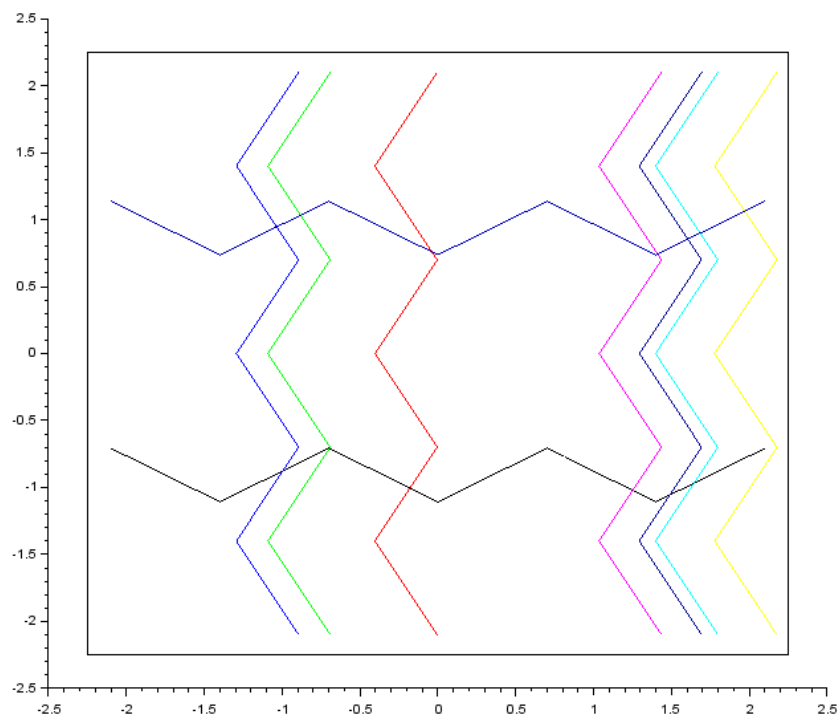


Figure 84 - Exemple de trajectoires définies aléatoirement

- Fréquence

Dans l'ouvrage de Smith [38], on trouve la répartition des fréquences de pas d'un grand nombre d'individu. La densité de probabilité de la fréquence du pas suit une loi log-normale de variance V et de moyenne E et elle suit l'équation :

$$f_N(f) = \frac{1}{f\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\log(f)-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\mu = \ln(E) - 0.5 \ln\left(1 + \frac{E}{V^2}\right)$$

$$\sigma = \sqrt{\ln\left(1 + \frac{E}{V^2}\right)}$$

Les fréquences sont choisies avec un algorithme de rejet très simple. Soit une variable aléatoire r_1 pris dans un intervalle cohérent vis-à-vis des fréquences attendues (par exemple $r_1 \in [0,5]$, l'amplitude de r_1 est de 5 et est noté A). On effectue les opérations suivantes :

1. On calcule $f_N(r_1)$
2. On choisit un nouveau nombre aléatoire r_2
3. Si $r_2 < f_N(r_1)$, le nombre aléatoire r_1 est conservé
4. Sinon, $r_1 = r_2$ et on redémarre à l'étape 1

La Figure 85 illustre la loi de distribution et la sélection de nombre aléatoire avec la méthode présentée précédemment.

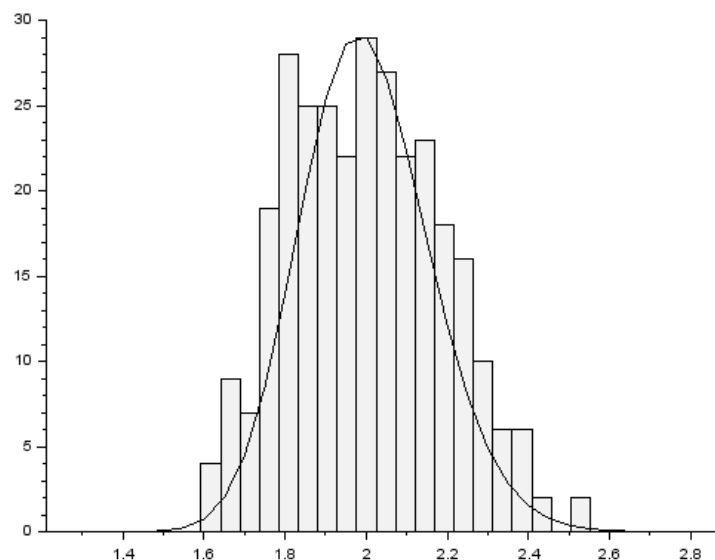


Figure 85 - Loi de distribution de la fréquence de marche et essai de la génération de nombres aléatoires pour 300 individus

- Poids

Le poids moyen de la population est de 77kg pour les hommes et 63kg pour les femmes (source INSEE). La valeur pour les hommes est retenue pour avoir une approche conservative. A défaut d'avoir une répartition précise des poids dans la population, on utilisera une loi normale de moyenne 77kg et d'écart type 30kg.

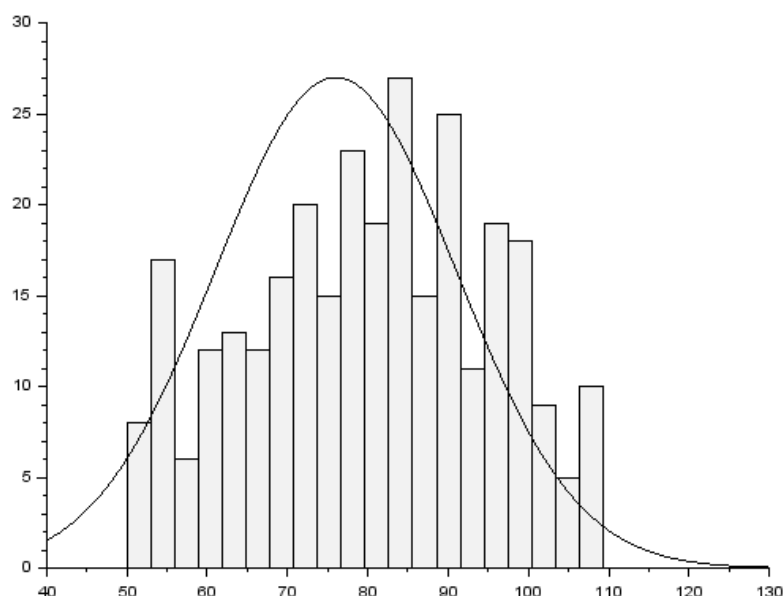


Figure 86 - Densité de distribution du poids et essais de la génération de nombres aléatoires pour 300 données

Les études se focaliseront principalement sur les essais de marche unitaire, mais il sera intéressant de les comparer avec des chargements de groupe pour quantifier de « l'effet de groupe », c'est-à-dire de l'effet minorateur sur les déplacements et accélérations de la non-coordination des marcheurs.

9.5 Comparaison numérique-expérimentale

Expérimentalement, une seule trajectoire a été testée. Nous commencerons donc pour comparer les résultats numériques et expérimentaux pour la trajectoire passant par le milieu de la portée des planchers et parallèle à la ligne d'appui.

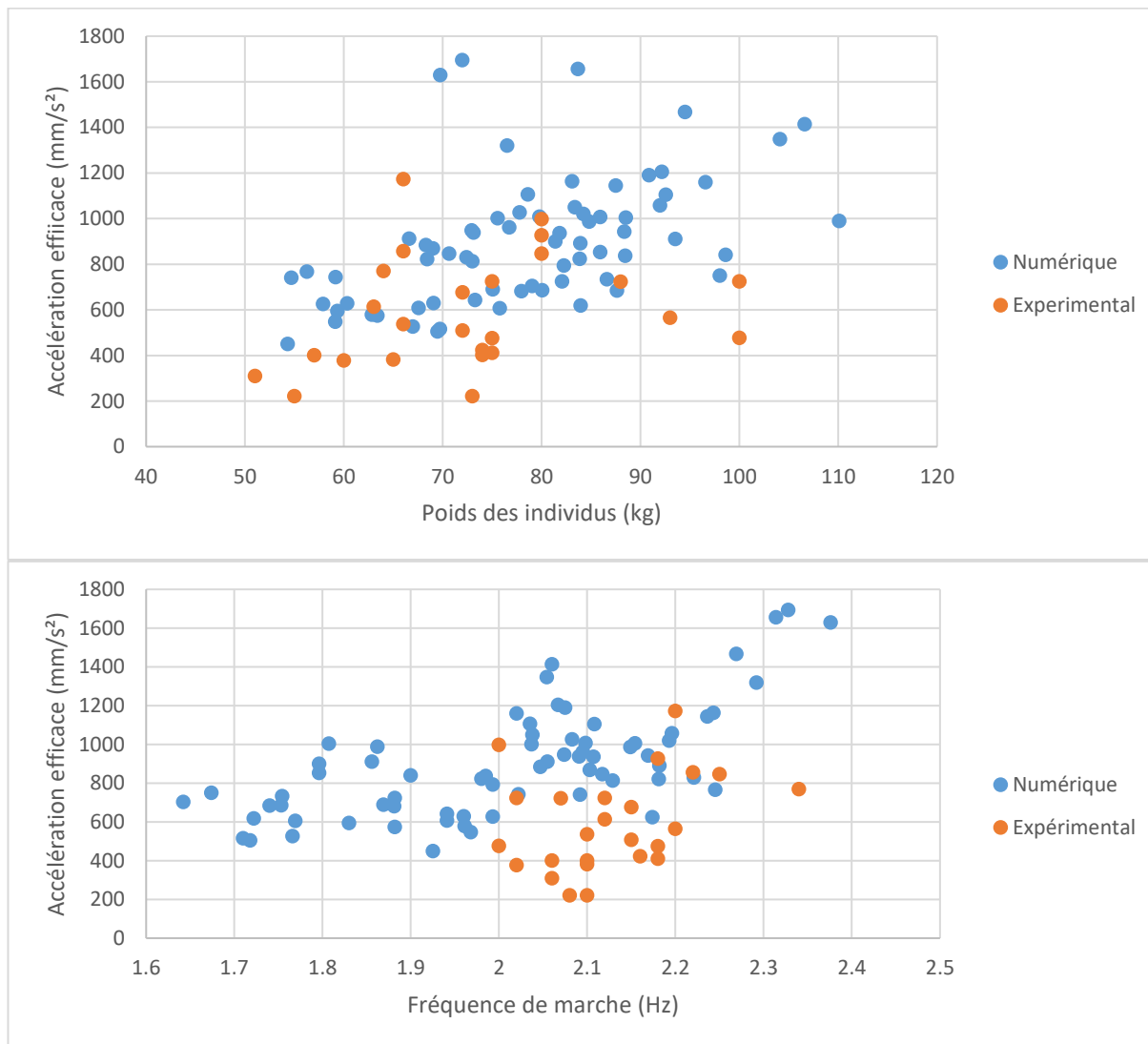


Figure 87 - Comparaison des résultats numériques et expérimentaux pour le plancher CLT

On observe tout d'abord que les résultats numériques et expérimentaux sont du même ordre de grandeur, ce qui est rassurant vis-à-vis de la justesse du modèle numérique. Les accélérations calculées numériquement augmentent linéairement avec le poids des personnes. La tendance est néanmoins beaucoup moins marquée pour les résultats expérimentaux.

Les accélérations sont globalement un peu plus importantes lorsqu'elles sont calculées numériquement, c'est particulièrement marquant sur le graphe des accélérations vis-à-vis de la fréquence de marche. Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que la marche simulée numériquement a une fréquence unique et sollicite donc plus fortement les modes du plancher tandis qu'expérimentalement, il y a des variations dans la marche des individus.

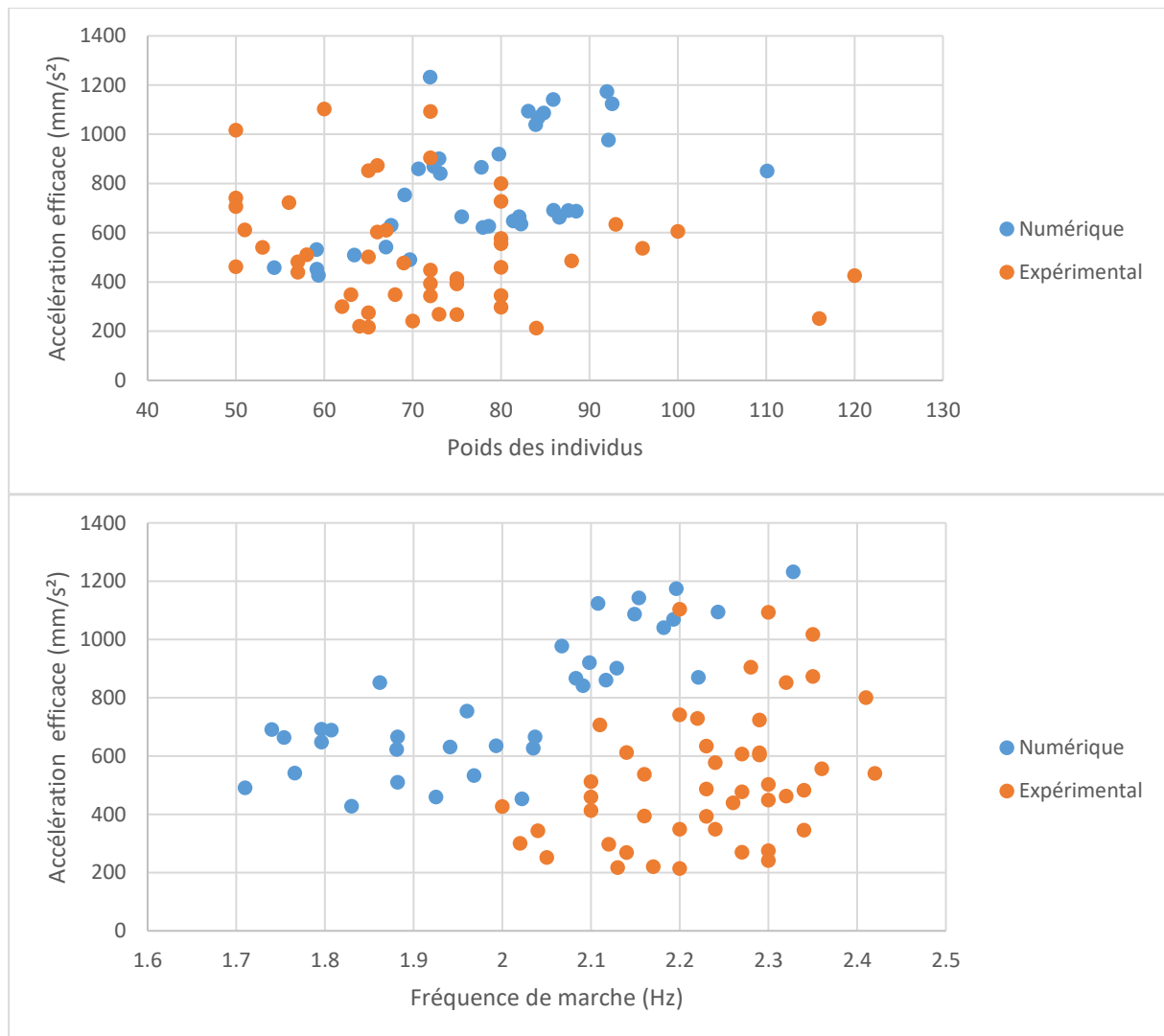


Figure 88 - Comparaison des résultats numériques et expérimentaux pour le plancher traditionnel.

Les mêmes observations peuvent être faites sur le plancher traditionnel. Même si les ordres de grandeur des accélérations sont respectés, il n'est pas possible d'établir des relations entre l'accélération efficace et le poids des individus et la fréquence de marche à l'aide des résultats expérimentaux.

9.6 Analyse de l'effet de la trajectoire

Des calculs numériques ont été réalisés en modifiant aléatoirement les trajectoires des individus. Un échantillon de 35 personnes ayant chacun un poids et une fréquence de marche définie aléatoirement a été utilisé pour ces essais. Un premier calcul a été effectué comme précédemment en considérant uniquement une trajectoire passant par le milieu de la portée du plancher. Deux calculs (Trajectoires 1 et Trajectoires 2) ont ensuite été réalisés en affectant à chaque individu une trajectoire aléatoire, suivant les conditions définies précédemment. Les résultats sont indiqués sur la Figure 89, en fonction du poids des personnes.

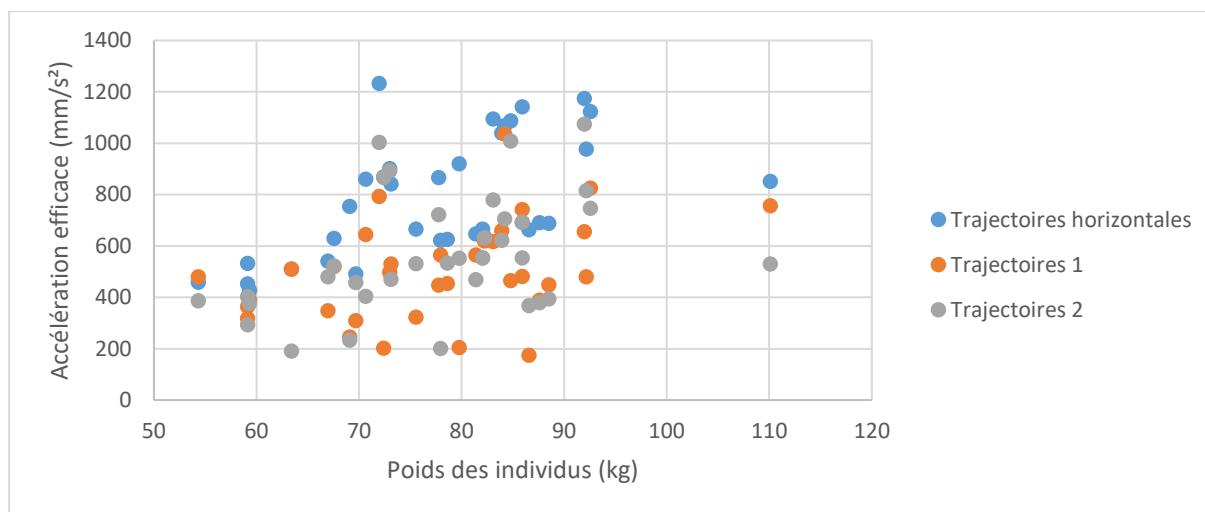


Figure 89 - Analyse de l'effet de la trajectoire sur l'accélération efficace

La variation de trajectoire a tendance à diminuer légèrement les accélérations dues à la marche. Ce phénomène est facilement compréhensible, le plancher est d'autant plus sollicité qu'il est excité au niveau de ces ventres de vibrations. Néanmoins, l'effet sur les niveau d'accélération est relativement faible, il sera donc préférable de baser ces calculs sur une approche conservative et considérer la trajectoire la plus pénalisante.

10. Analyse des critères de design actuels concernant la vibration des planchers bois

10.1 Inventaire des méthodes pour estimer le confort d'un plancher

La plupart des critères sont résumés dans le papier de Hu [12] visant à créer une norme ISO pour l'estimation du confort vibratoire d'un plancher. La table 1 donna les critères suivant les pays est reproduit ici :

Tableau 16 - Liste des critères de confort aux vibrations

Paramètre de conception	Critères	Références	Nom
d_{1kN}	$\text{Si } l < 3m \rightarrow d_{1kN} < 2mm$ $\text{Si } L > 3m \rightarrow d_{1kN} \leq 8/L^{1.3}$	[39], [40]	Canada 1
d_{1kN}	$\text{Si } L < 3m \rightarrow d_{1kN} < 2mm$ $\text{Si } 3m < L < 5,5m \rightarrow d_{1kN} \leq 8/L^{1.3}$ $\text{Si } 5.5m < L < 9.9m \rightarrow d_{1kN} \leq \frac{2.55}{L^{0.63}}$ $\text{Si } L > 9.9m \rightarrow d_{1kN} \leq 0,6mm$	[41]	Canada 2
f_1	$f_1 > 14Hz$	[42]	Dolan
f_1, d_{1kN}, V_{peak}	$d_{1kN} < 1,5mm$ $f_1 > 8Hz$ $V_{peak} < 100f_1^{\xi-1}$	[3], [43]	EC5
f_1, a_{rms}	$f_1 > 8Hz$ $a_{rms} \leq 0.45m/s^2$	[44]	Smith

f_1 et d_{1kN}	$\frac{f_1}{d_{1kN}^{0.46}} \geq 20$	[9]	Hu
f_1, d_{2kN} et a	Demande haute ou basse $f_1 > 8$ or 6Hz $d_{2kN} < 0.5$ or 1mm $a < 0,05$ or $0,1\text{m/s}^2$	[14]	Hamm
f_1, d_{1kN}	$d_{1kN} < 0,5\text{mm}$ $f_1 > 10\text{Hz}$	[45]	Toratti

Les critères sont décrits soit en fonction de la raideur statique, soit en fonction de la fréquence, soit plus rarement de l'accélération ou d'une vitesse instantanée. La plupart des critères sont basés sur des enquêtes « binaires » (plancher confortable ou non) sur une série de plancher. Par exemple, le critère de Hu a été fixé sur la base de 106 essais comme l'illustre la Figure 90.

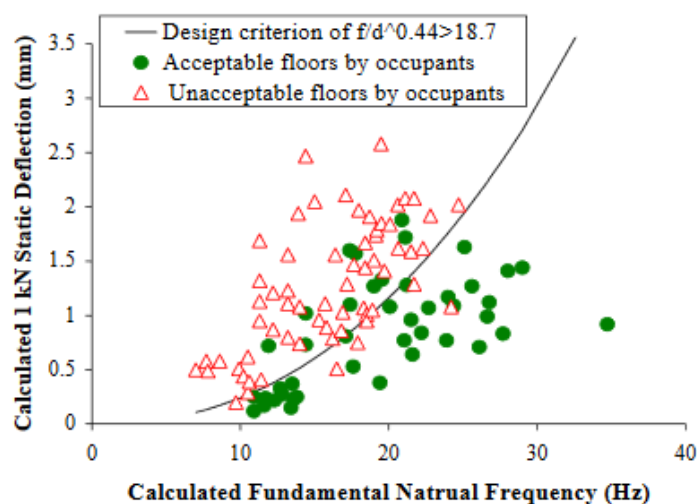


Figure 90 – Résultats d'enquête sur une grande variété d'essai et établissement d'un critère (Hu [9])

D'autres études fonctionnent avec un évaluation subjective du confort graduée (par exemple l'étude de Hamm [14] ou les participants devaient juger du confort de différents planchers sur une échelle de 1 à 4).

Indépendamment des critères ci-dessus qui sont eux spécifiques aux planchers bois, il existe aussi des seuils de confort définis par l'ISO [1] ou par le guide de l'AISC [13]. Les valeurs de ces accélérations sont données sur le graphe suivant.

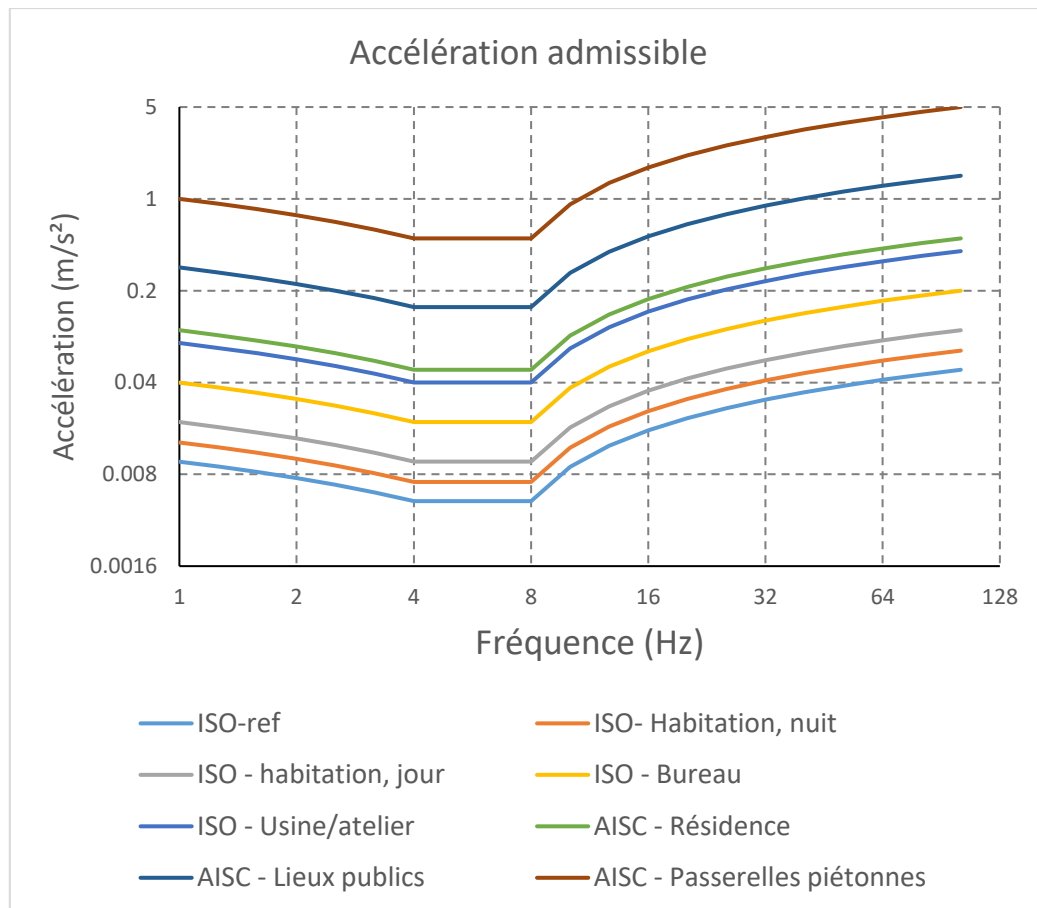


Figure 91 - Accélération admissible suivant les normes ISO ou le guide AISC

A noter que la norme ISO comme AISC considère une nuisance continue, comme les vibrations dues à un trafic de voiture ou des travaux, et risque donc d'être globalement conservatif vis-à-vis de la notion de confort.

Les seuils de confort sont définis suivant des paramètres variés, notamment la fréquence, le déplacement et l'accélération. A l'aide des formules permettant d'estimer les accélérations due à la marche, il est possible de ramener tous ces critères à une équivalence en accélération pour pouvoir les comparer

10.2 Comparaison des critères

Pour rappel, dans le corps du rapport du projet, deux formules ont été proposés pour calculer les accélérations induites par la marche suivant la fréquence du plancher. Elles sont rappelées ici :

$$a_{BF} = \frac{0.4\alpha Q}{\sqrt{2} \, 2\xi m^*} \quad (43)$$

$$a_{HF} = \frac{(0.57f_p - 0.104)}{2} \sqrt{\frac{((2\xi^2 + 1)e^{2\xi\omega_0 T} - 1)e^{-2\xi\omega_0 T}}{T\omega_0\xi^3 + T\omega_0\xi}} \frac{Q}{m^*} \quad (44)$$

Il est possible d'approximer la raideur modale avec la raideur statique, dans ce cas :

$$k_{stat} = m \cdot 4\pi^2 f$$

$$k_{stat} = \frac{1000}{d_{1kN}}$$

Dans ce cas, il est possible de calculer les accélérations correspondant à chacun des critères du Tableau 16. Un amortissement ξ de 2,5% est considéré et un effort lié à l'usager de 745N (76kg). A noter que le critère sur la vitesse instantanée de l'Eurocode 5 n'est pas considéré. L'accélération due à la marche est calculé en considérant le déplacement où l'accélération maximale autorisé par chaque critère. Lorsqu'il y a un critère en fréquence, la courbe est tracé dans son intervalle de validité.

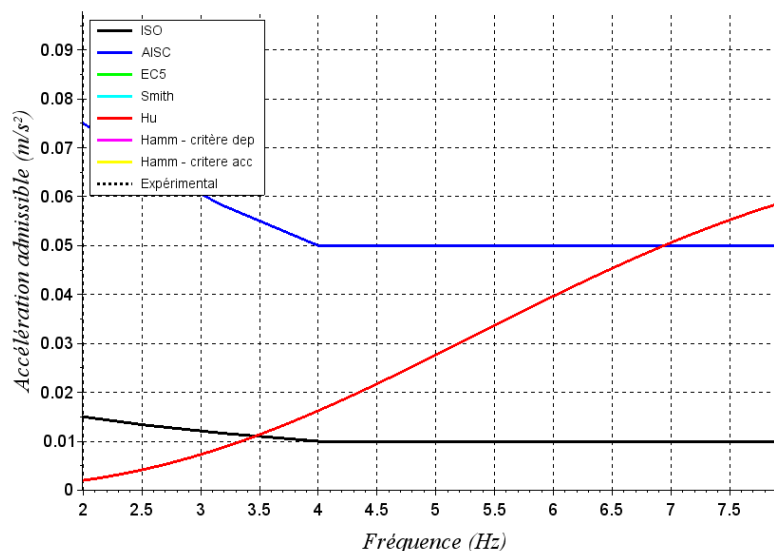


Figure 92 - Equivalence en accélération entre les méthodes – Basses fréquences

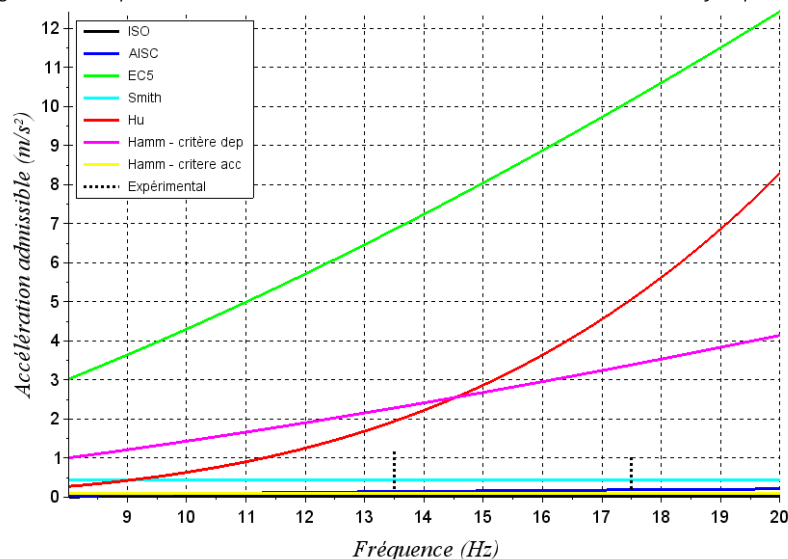


Figure 93 - Equivalence en accélération des méthodes - Hautes fréquences

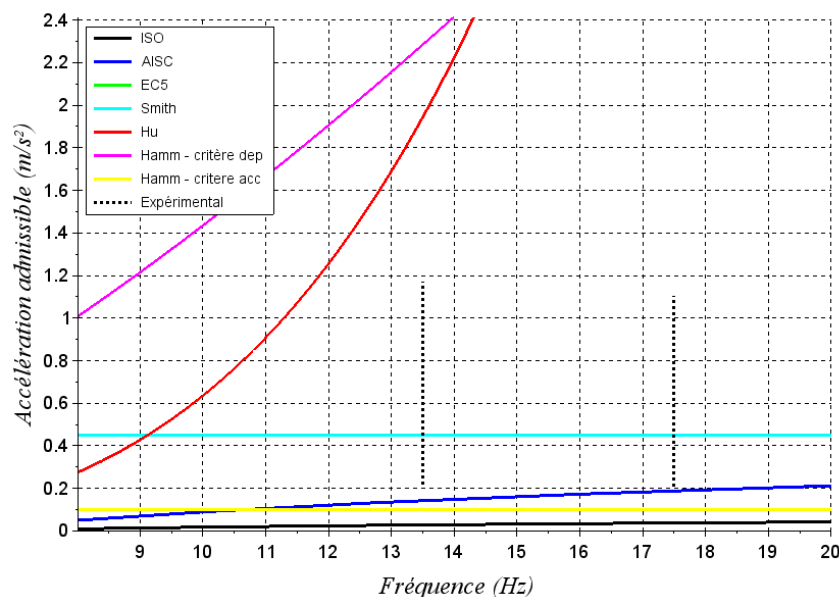


Figure 94 - Equivalence en accélération des méthodes - Hautes fréquences – Agrandissement

On observe dans la Figure 92 que le critère de Hu pour les basses fréquences est du même ordre de grandeur que les critères donnés par l'AISC et l'ISO. Il est très restrictif pour les planchers très basses fréquences (<5Hz). On peut considérer qu'un plancher basse fréquence satisfaisant le critère de Hu sera très probablement confortable.

Les critères sont beaucoup plus évasés dans le cas des planchers hautes fréquences (Figure 93 et Figure 94). Les critères permettant une souplesse relativement haute (EC5 ou Hamm) peuvent conduire à des accélérations relativement importante. Le critère de Hu est dans ce cas beaucoup moins conservatif, puisqu'il autorise des déplacements d'autant plus grands que le débattement est important, ce qui peut conduire à des oscillations libres très marqués. Les deux critères portant sur l'accélération (Smith et Hamm) sont quant à eux plus proches des critères d'accélérations ISO et AISC. Les résultats expérimentaux (minimum et maximum des résultats) obtenus sur le plancher CLT et le plancher traditionnel ont été reporté sur le graphe pour référence. Globalement, les deux planchers pouvaient être considéré comme inconfortables.

10.3 Définition d'un critère harmonisé

Il n'est pas possible de justifier de la justesse de l'un ou l'autre des approches pour fixer une limite de confort. Ces critères sont issus d'enquêtes sur des populations très diverses, avec des méthodologie d'estimation du confort différente. Ces critères sont pour la plupart bien au-delà des recommandations de l'ISO10137, sans que cela ne remette en cause leur pertinence, puisqu'ils sont issus de campagnes expérimentales. Néanmoins, les grandes disparités dans les critères associés aux planchers hautes fréquences mettent en avant le fait qu'une harmonisation serait souhaitable, à la fois concernant la manière de réaliser les enquêtes liées au confort que dans les outils de mesure des paramètres physiques.

11. Conclusion et perspectives

L'objectif de cette étude était de proposer une méthode de calcul de la réponse dynamique de planchers en bois soumis à la marche d'une personne. De nombreux essais ont eu lieu pour valider la méthode et améliorer la compréhension sur les phénomènes physiques en jeu. Une stratégie a été proposée pour calculer la fréquence de résonance et la masse modale des planchers compte tenu des particularités propres au bois. Cette méthode a été validée sur plusieurs planchers d'essais sur lesquelles une analyse modale expérimentale a été réalisée. Ensuite, une formule a été proposée, sur la base d'hypothèse analytique, pour quantifier l'accélération due à la marche pour les planchers hautes fréquences. L'approche de l'Eurocode a été retenue pour les planchers basses fréquences. Des essais de marche ont été réalisés en parallèle avec un grand nombre de participants. Enfin une simulation numérique de la marche a été réalisée, en faisant varier les paramètres d'entrée pour tenir compte de la disparité des marches. L'approche analytique a montré un caractère conservatif sans une surestimation très importante par rapport aux essais et aux calculs numériques.

Seule l'action d'un individu isolé a été étudié lors de ce projet. Il serait intéressant de proposer une approche englobant différents types de sollicitations de petits ou de grands groupe. Ensuite, une fois les déplacements ou accélérations calculés, il est indispensable de pouvoir les associer à un critère de confort. Ils existent une bibliographie foisonnante de critères associés au confort, mais elle nécessite une harmonisation quant aux méthodes de mesures et de réalisation des enquêtes psychosensorielles. Des études de sensibilité psychosensorielles, qui tiennent compte de la position de la personne (assis, debout, couché) seraient nécessaires pour finaliser l'étude. Enfin, il faudrait proposer des systèmes constructifs ou des systèmes passifs afin d'améliorer le confort vibratoire des planchers, à prévoir soit dès la phase de conception soit en remédiation dans le cas de planchers jugés inconfortable.

Cette étude a fait l'objet d'un article et d'une présentation dans le cadre du congrès EUROLYN 2020.

12. Bibliographie

- [1] ISO, « ISO 10137:2007 - Bases du calcul des constructions, aptitude au service des bâtiments et des passerelles sous vibrations ». 2007, [En ligne]. Disponible sur: <http://www.iso.org/cms/render/live/fr/sites/isoorg/contents/data/standard/03/70/37070.html>.
- [2] T. Murray, « Design Guide 11: Vibrations of Steel-Framed Structural Systems Due to Human Activity (Second Edition) | American Institute of Steel Construction ». 2016, Consulté le: févr. 07, 2019. [En ligne].
- [3] S. Ohlsson, *Springiness and Human-induced Floor Vibrations: A Design Guide*. Swedish Council for Building Research, 1988.
- [4] E. Caetano et A. Cunha, « Human induced vibrations in floors design Guidelines and Background Documentation. » HIVOSS Project, European Commission 2008, 2008.
- [5] ArcelorMittal, « Guide pour le contrôle vibratoire des planchers ». .
- [6] Galanti, F., Heinemeyer, C., Feldmann, M., et Lentzen, S., « Assessment of floor vibration using the OS-RMS90 method », janv. 2011, Consulté le: avr. 09, 2019. [En ligne]. Disponible sur: <http://resolver.tudelft.nl/uuid:866c742c-486d-4093-8d5b-4571b90922c5>.
- [7] Sétra, « Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading ». 2006.

- [8] J. Kala, V. Salajka, et P. Hradil, « Footbridge response on single pedestrian induced vibration analysis », *World Acad. Sci. Eng. Technol.*, vol. 3, n° 2, p. 548–559, 2009.
- [9] L. J. Hu et Y. Chui, « Development of a design method to control vibrations induced by normal walking action in wood-based floors », in *Proceedings of the 8th World Conference on Timber Engineering*, 2004, vol. 2, p. 217–222.
- [10] J. Weckendorf, E. Ussher, et I. Smith, « Dynamic response of CLT plate systems in the context of timber and hybrid construction », *Compos. Struct.*, vol. 157, p. 412–423, déc. 2016, doi: 10.1016/j.compstruct.2016.08.033.
- [11] J. Weckendorf, T. Toratti, I. Smith, et T. Tannert, « Vibration serviceability performance of timber floors », *Eur. J. Wood Wood Prod.*, vol. 74, n° 3, p. 353–367, mai 2016, doi: 10.1007/s00107-015-0976-z.
- [12] L. Hu, Y.-H. Chui, P. Hamm, T. Toratti, et T. Orskaug, « Development of ISO baseline vibration design method for timber floors », *WTCE*, 2018.
- [13] T. Murray, D. Allen, E. Ungar, et B. David, « Vibrations of Steel-Framed Structural Systems Due to Human Activity ». American institute of steel construction, 2016.
- [14] P. Hamm, « Floor vibration - new results », présenté à WTCE, 2010.
- [15] H. Liu, « Corrélation entre perception au confort vibratoire et comportement dynamique de planchers bois : apport pour le dimensionnement », thesis, Lyon, INSA, 2006.
- [16] M. A. Bellmann, « Perception of Whole-Body Vibrations: From basic experiments to effects of seat and steering-wheel vibrations on the passenger's comfort inside vehicles », 2002.
- [17] A. Pavic et S. Petrovic, « Effects of non-structural partitions on vibration performance of floor structures: A Literature Review », Consulté le: mars 01, 2019. [En ligne]. Disponible sur: https://www.academia.edu/15799136/Effects_of_non-structural_partitions_on_vibration_performance_of_floor_structures_A_Literature_Review.
- [18] S. Falati, « The contribution of non-structural components to the overall dynamic behaviour of concrete floor slabs », <http://purl.org/dc/dcmitype/Text>, Oxford University, UK, 1999.
- [19] Arcelor Mittal, « Guide pour le contrôle vibratoire des planchers ». .
- [20] D. Guitard et H. Polge, *Mécanique du matériau bois et composites*. Toulouse, France: Cépaduès-Editions, 1987.
- [21] G. Schickhofer, R. Brandner, et H. Bauer, « Introduction to CLT, Product Properties, Strength Classes », *Cross Laminated Timber – Compet. Wood Prod. Vision. Fire Safe Build. Jt. Conf. COST Actions FP1402 FP1404*, mars 2016, Consulté le: févr. 07, 2019. [En ligne]. Disponible sur: <https://graz.pure.elsevier.com/en/publications/introduction-to-clt-product-properties-strength-classes-2>.
- [22] A. Vilguts, D. Serdjus, et L. Pakrastins, « Design Methods of Elements from Cross-laminated Timber Subjected to Flexure », *Procedia Eng.*, vol. 117, p. 10–19, janv. 2015, doi: 10.1016/j.proeng.2015.08.117.
- [23] H.-M. Park, M. Fushitani, et H.-S. Byeon, « Derivation and application of an equation for calculating shear modulus of three-ply laminated material beam from shear moduli of individual laminae », *J. Wood Sci.*, vol. 55, n° 3, p. 181–189, juin 2009, doi: 10.1007/s10086-008-1023-z.
- [24] J. B. Mustamin et B. Suryatmono, « Shear Modulus Evaluation of Three-ply Cross-laminated Kapur Wood Beams from Shear Moduli of Individual Laminae », *Procedia Eng.*, vol. 171, p. 1353–1361, janv. 2017, doi: 10.1016/j.proeng.2017.01.436.
- [25] J.-B. Castaing et J.-C. Duccini, « Rapport d'essai VIBOIS sur plancher réduit ».
- [26] C. U. Chúláin et A. M. Harte, « Experimental investigation of the serviceability behaviour of a cross laminated timber floor », in *Civil engineering research in Ireland CERI-ITRN 2018*, University College Dublin, 2018.
- [27] K.-J. Bathe, *Finite element procedures*. Klaus-Jurgen Bathe, 2006.

- [28] R. J. Allemang, « The modal assurance criterion—twenty years of use and abuse », *Sound Vib.*, vol. 37, n° 8, p. 14–23, 2003.
- [29] M. Pastor, M. Binda, et T. Harčarik, « Modal Assurance Criterion », *Procedia Eng.*, vol. 48, p. 543-548, janv. 2012, doi: 10.1016/j.proeng.2012.09.551.
- [30] A. W. Leissa, « The free vibration of rectangular plates », *J. Sound Vib.*, vol. 31, n° 3, p. 257-293, déc. 1973, doi: 10.1016/S0022-460X(73)80371-2.
- [31] V. Bajzecerová, « Bending Stiffness of CLT-Concrete Composite Members - Comparison of Simplified Calculation Methods », *Procedia Eng.*, vol. 190, p. 15-20, janv. 2017, doi: 10.1016/j.proeng.2017.05.301.
- [] A. W. Leissa, « Vibration of plates », janv. 1969. Consulté le: juill. 17, 2020. [En ligne]. Disponible sur: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19700009156>.
- [33] K. Jarnerö, A. Brandt, et A. Olsson, « In situ testing of timber floor vibration properties », présenté à WCTE 2010, 2010, Consulté le: févr. 28, 2019. [En ligne]. Disponible sur: <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:lnu:diva-6969>.
- [34] Z. Miskovic, A. Pavic, et P. Reynolds, « Effects of full-height nonstructural partitions on modal properties of two nominally identical building floors », *Can. J. Civ. Eng.*, vol. 36, n° 7, p. 1121-1132, juill. 2009, doi: 10.1139/L09-055.
- [35] Organisation internationale de normalisation, *Norme internationale ISO 2631-1: vibrations et chocs mécaniques : évaluation de l'exposition des individus à des vibrations globales du corps. Partie 1, Spécifications générales = Mechanical vibration and shock : evaluation of human exposure to whole-body vibration. Part 1, General requirements*. Genève, Suisse: ISO, 1997.
- [36] G. Sedlacek et al., *Generalisation of criteria for floor vibrations for industrial, office, residential and public building and gymnastic halls: final report*. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities, 2006.
- [37] P. O. of the E. Union, « Generalisation of criteria for floor vibrations for industrial, office, residential and public building and gymnastic halls. », juin 07, 2006. <https://publications.europa.eu/en/publication-detail/-/publication/a2fc45db-6b9a-49e6-9f36-72fc25a8eded> (consulté le mars 18, 2019).
- [38] A. L. Smith, S. J. Hicks, et P. J. Devine, *Design of Floors for Vibration: A New Approach*, Revised edition edition. Ascot: The Steel Construction Institute, 2009.
- [39] Onysko D. M., « Serviceability criterion for residential floors based on a field study of consumer response. » Canadian Forestry Service Report Project No.03-50-10-008, Forintek Canada Corp, 1985.
- [40] IRC, Ottawa, « Institute for Research in Construction (IRC): National Building Code of Canada », 2015.
- [41] Canadian Wood Council, « Development of design procedures for vibration controlled spans using engineered wood members. Concluding report for Canadian Construction Materials Centre and the Consortium of manufactures of engineered wood products used in repetitive member floor systems. » Ottawa, 1997.
- [42] Dolan J. D., Murray T. M., Johnson J. R., Runte D., et Shue B. C., « Preventing Annoying Wood Floor Vibrations », *J. Struct. Eng.*, vol. 125, n° 1, p. 19-24, janv. 1999, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1999)125:1(19).
- [43] European Committee for Standardization, « Eurocode 5 - Conception et calcul des structures en bois ». AFNOR, 1994.
- [44] I. Smith et Y. H. Chui, « Design of lightweight wooden floors to avoid human discomfort », *Can. J. Civ. Eng.*, vol. 15, n° 2, p. 254-262, avr. 1988, doi: 10.1139/l88-033.
- [45] T. Toratti et A. Talja, « Classification of Human Induced Floor Vibrations », *Build. Acoust.*, vol. 13, n° 3, p. 211-221, sept. 2006, doi: 10.1260/135101006778605370.
- [46] R. A. Horn, R. A. Horn, et C. R. Johnson, *Matrix Analysis*. Cambridge University Press, 1990.

- [47] Y. F. Xing et B. Liu, « New exact solutions for free vibrations of thin orthotropic rectangular plates », *Compos. Struct.*, vol. 89, n° 4, p. 567-574, août 2009, doi: 10.1016/j.compstruct.2008.11.010.
- [48] H. Ghashochi-Bargh et S. Razavi, « A simple analytical model for free vibration of orthotropic and functionally graded rectangular plates », *Alex. Eng. J.*, vol. 57, n° 2, p. 595-607, juin 2018, doi: 10.1016/j.aej.2017.02.005.
- [49] G. Jayaraman, P. Chen, et V. W. Snyder, « Free vibrations of rectangular orthotropic plates with a pair of parallel edges simply supported », *Comput. Struct.*, vol. 34, n° 2, p. 203-214, janv. 1990, doi: 10.1016/0045-7949(90)90363-7.

13. Table des figures

Figure 1 - Accélération maximale pour le confort vibratoire suivant le type de bâtiment [2] ...	7
Figure 2 - Critère de confort vibratoire de l'Eurocode 5.....	8
Figure 3 - Evaluation du confort pour différents types de plancher en fonction de leur fréquence [14]	9
Figure 4 - Plancher traditionnel (à gauche) et plancher CLT (à droite).....	12
Figure 5 - Plancher CLT (REF Proholz).....	13
Figure 6 - Condition aux limites : appui simple (à gauche), serré (à droite).....	15
Figure 7 - position des accéléromètres.....	15
Figure 8 - Plancher traditionnel, dimensions.....	17
Figure 9 - Plancher CLT avec sa feuillure.....	18
Figure 10 - Configuration d'essai pour le plancher CLT	19
Figure 11 - Les 6 premiers modes de vibrations relevées du plancher traditionnel	20
Figure 12 - Les 6 premiers modes relevés du plancher CLT	20
Figure 13 - Maillage du plancher CLT (à gauche) et du plancher traditionnel (à droite)	22
Figure 14 - Emplacement des conditions aux limites	22
Figure 15 - Représentation schématique du plancher traditionnel	22
Figure 16 - Maillage du plancher traditionnel	23
Figure 17 - Représentation schématique du CLT en deux parties avec le feuillet de raccord.	24
Figure 18 - Modèle numérique massif du plancher CLT	25
Figure 19 - Modèle numérique surfacique du plancher CLT.	25
Figure 20 - Déformée et contrainte du plancher CLT soumis à son poids propre et à une force de serrage (fortement amplifié).....	26
Figure 21 - Agrandissement sur les contraintes autour de la zone de serrage.....	26
Figure 22 - 4 premier modes du plancher réduit CLT (chargé au centre).....	27
Figure 23 - 4 premiers modes de vibrations du plancher traditionnel	27
Figure 24 - Evolution de l'effort. L'ordonnée correspond à un facteur d'amplification du poids propre.....	28
Figure 25 - Déplacement du point centrale de la poutre pour un essai de lâcher.....	29
Figure 26 - Fréquence propre du plancher CLT - Comparaison numérique expérimentale sur le 1 ^{er} mode propre (en Hz). Les chiffres entre parenthèse correspondent aux écarts numérique/expérience.	29
Figure 27 - Comparaison numérique-expérimentale plancher traditionnel 4,5m non chargé.....	31
Figure 28 - Comparaison numérique-expérimentale plancher traditionnel 4,5m chargé.....	32
Figure 29 - Déformée modale expérimentale du 1er mode du plancher traditionnel. Les zones de couleur représentent l'intensité du déplacement sur ces points. A chaque intersection du quadrillage, un capteur a été placé.....	33
Figure 30 - MAC entre les modes expérimentaux et numériques pour le plancher traditionnel	36
Figure 31 - Matrice AutoMAC qui compare les modes expérimentaux entre eux	37
Figure 32 - Schéma des points de mesures et de l'emplacement de la sollicitation	39
Figure 33 : Force appliquée par le marteau en N.....	40
Figure 34 : Accélération au point 53, sur la ligne centrale et distant de 2m du point d'impact.	40
Figure 35 - Matrice de MAC du plancher CLT	44
Figure 36 - Représentation d'un élément caractéristique de plancher traditionnel.	46
Figure 37 - Poutre sur un appui raide et un appui souple.	48
Figure 38 - Diminution de la fréquence due à la souplesse de la solive	49

Figure 39 - Masse modale d'une poutre appuyée-ressort.....	49
Figure 40 - Poutre sur 3 appuis	50
Figure 41 - Rapport entre la fréquence de la poutre sur 3 appuis divisé par la fréquence d'une poutre bi-appuyé de longueur L_1	50
Figure 42 – Masse effective unitaire de la poutre sur 3 appuis	51
Figure 43 - Poutre sur 2 appuis avec ressort au centre	51
Figure 44 - Rapport entre la fréquence de la poutre sur 2 appuis et un ressort divisé par la fréquence d'une poutre bi-appuyé de longueur L_1 pour plusieurs raideur k	52
Figure 45 - Masse effective unitaire de la poutre sur 2 appuis et un ressort, pour plusieurs raideurs k	52
Figure 46 - Plancher avec deux appuis intermédiaires	53
Figure 47 - Valeur de R_c en fonction de rL	53
Figure 48 - Vue isométrique du plancher	56
Figure 49 - Vue de côté du plancher avec la charge apportée par les voiles	56
Figure 50 - Fréquence propre du plancher réduit CLT de 4,5m avec charge de 300kg au centre	58
Figure 51 - Fréquence propre du plancher réduit CLT de 4,5m sans charge	59
Figure 52 - Fréquence propre du plancher réduit traditionnel de 4,5m sans charge	59
Figure 53 - Fréquence propre du plancher réduit traditionnel de 4,5m avec charge de 300kg au centre	60
Figure 54 - Flèche normalisée au centre du plancher en fonction de la force appliqué sur les voiles. En noir la courbe résultat, en rouge une courbe bi-linéaire équivalente et en vert la valeur de la flèche en considérant le plancher encastré.	61
Figure 55 - Cas d'un plancher traditionnel avec une cloison rigide s'arrêtant en milieu de portée.	64
Figure 56 - Résumé de la méthodologie de calcul des fréquences de résonnance.....	64
Figure 57 - Placement des capteurs sur les planchers. Chaque dalle correspond à un carré de 50x50cm	65
Figure 58 - Filtrage du signal sur une bande de fréquence.....	66
Figure 59 - Valeur efficace d'un signal brut d'accélération du à la marche.....	67
Figure 60 - Image tirée d'un essai de marche sur le plancher CLT	68
Figure 61 - Accélération efficace sur le plancher CLT en fonction du poids des participants.....	68
Figure 62 - Accélération efficace mesurée sur le plancher traditionnel en fonction du poids des participants.....	69
Figure 63 - Accélération efficace sur le plancher CLT en fonction de la fréquence de marche des individus	69
Figure 64 - Accélération efficace sur le plancher traditionnel en fonction de la fréquence de marche des individus.....	70
Figure 65 - Rapport entre la charge dynamique causé par le pas sur la charge statique avec l'approche décrite dans [37].....	71
Figure 66 - Rapport entre la charge dynamique et la charge statique pour deux pas.	72
Figure 67 - Force générée par le pas 1 (en bleu), le pas 2 (en vert) et la somme des pas (en noir) pour $f = 2\text{Hz}$	72
Figure 68 - Composante fréquentielle des différents types de signaux impulsionnels pour $f_1 = 2\text{Hz}$	75
Figure 69 - Représentation temporelle d'une succession de 15 pas pour $f_1 = 2\text{Hz}$	75
Figure 70 - Composante fréquentielle d'une suite de pas pour $f_1 = 2\text{Hz}$	76
Figure 71 - Composante fréquentielle dans toute la gamme de fréquence du pas.....	76
Figure 72 - Composante fréquentielle pour toute la gamme des fréquence de pas.	77
Figure 73 - Oscillateur simple amorti	77
Figure 74 - Accélération d'un oscillateur pour $f_0 = 4\text{Hz}$ pour une marche à 2Hz	78
Figure 75 - Accélération d'un oscillateur pour $f_0 = 11\text{Hz}$ et $\xi=3\%$ pour une marche à 2Hz..	78

Figure 76 - Accélération maximale suivant la fréquence de résonance de l'oscillateur pour une marche à 2Hz	79
Figure 77 - Marge essais sur plancher CLT (minimum 1.08)	81
Figure 78 - Marge essais sur plancher traditionnel (minimum 0,98).....	82
Figure 79 - Marge expérimentale sous la forme d'une boîte à moustache	82
Figure 80 - Schéma de représentation du pas sur le plancher	83
Figure 81 - Accélérations relevées expérimentalement sur le plancher CLT pour un individu de 80kg ayant une fréquence de marche de 2,1Hz	84
Figure 82 - Accélérations calculées numériquement sur le plancher CLT pour un individu de 80kg ayant une fréquence de marche de 2,1Hz	85
Figure 83 - DSP expérimentale (à gauche) et numérique (à droite)	85
Figure 84 - Exemple de trajectoires définies aléatoirement	86
Figure 85 - Loi de distribution de la fréquence de marche et essai de la génération de nombres aléatoires pour 300 individus	87
Figure 86 - Densité de distribution du poids et essais de la génération de nombres aléatoires pour 300 données	88
Figure 87 - Comparaison des résultats numériques et expérimentaux pour le plancher CLT.....	89
Figure 88 - Comparaison des résultats numériques et expérimentaux pour le plancher traditionnel.....	90
Figure 89 - Analyse de l'effet de la trajectoire sur l'accélération efficace	91
Figure 90 – Résultats d'enquête sur une grande variété d'essai et établissement d'un critère (Hu [9])	92
Figure 91 - Accélération admissible suivant les normes ISO ou le guide AISC	93
Figure 92 - Equivalence en accélération entre les méthodes – Basses fréquences.....	94
Figure 93 - Equivalence en accélération des méthodes - Hautes fréquences.....	94
Figure 94 - Equivalence en accélération des méthodes - Hautes fréquences – Agrandissement	95
Figure 97 - Poutre sur n appuis	104
Figure 98 - Allure du premier mode d'un plancher bi-appuyé.....	108
Figure 99 - Allure du 1er mode dans le cas d'un plancher sur 4 appuis	111
Figure 100 - Facteur d'amplification de λ en fonction du rapport a/b pour un ratio $D_x/D_y = 20$	113
Figure 101 - Pente de la courbe en fonction de D_x/D_y	114
Figure 102 - Erreur relative entre la formule analytique et une simulation éléments finis en fonction du rapport de forme et du rapport d'orthotropie	115
Figure 103 - Schéma du plancher sous l'effet d'un serrage aux extrémités	116
Figure 104 - Schéma du plancher sous l'effet d'un serrage aux extrémités	116
Figure 105 - Analyse du plancher sous l'effet d'un serrage avec des ressorts en rotation ..	116
Figure 106 - SI1.....	118
Figure 107 - Plancher soumis à la charge d'un voile.....	119
Figure 108 - Flèche en centre de plancher suivant l'effort appliqué aux bords.....	120

14. Table des tableaux

Tableau 1 - Amortissement forfaitaire à ajouter suivant la technologie et l'usage du plancher [19]	11
Tableau 2 - Ordre de grandeur des paramètres matériaux pour des solives en pins ou en épicéa.	12
Tableau 3 - Paramètres matériaux de l'OSB3.....	12
Tableau 4 - Ordre de grandeur des paramètres matériaux d'un plancher CLT 3 couches. ...	14
Tableau 5 - Fréquence fondamentale obtenue pour la poutre longue (4.5m).....	16

Tableau 6 - Fréquence fondamentale obtenue pour la poutre courte (2m)	16
Tableau 7 - Fréquences propres et amortissements obtenus expérimentalement	21
Tableau 8 - Paramètres du grand plancher traditionnel	24
Tableau 9 - Paramètre du grand plancher CLT – Modèle volumique	25
Tableau 10 - Paramètre du grand plancher CLT – Modèle surfacique homogénéisé.....	26
Tableau 11 - Comparaison des fréquences propres obtenues numériquement et expérimentalement.....	38
Tableau 12 - Coefficients de la sollicitation [6]	70
Tableau 13 - Paramètres fréquentiels des sollicitations dus aux mouvements de personnes isolés [13].	73
Tableau 14 - Paramètres fréquentiels des sollicitations dus aux mouvements de groupe [13].	74
Tableau 15 - Liste des critères de confort aux vibrations	91

Annexe A. Calcul d'une poutre sur n appuis

Il est possible de calculer les modes de vibrations d'une poutre sur n appuis, même lorsque les longueurs des travées ne sont pas homogènes ou en présence d'un encastrement sur les appuis limites.



Figure 95 - Poutre sur n appuis

La déformée d'une demi-travée de poutre peut s'écrire de la façon suivante :

$$\Phi(x) = A_1 \sin(kx) + A_2 \cos(kx) + A_3 \sinh(kx) + A_4 \cosh(kx) \quad (45)$$

Avec $k^4 = \frac{\omega^2 \rho S}{EI}$

Les paramètres A_i s'obtiennent en appliquant les conditions aux limites :

$$\begin{cases} \phi(x_i) = \phi(x_{i+1}) = 0 \\ M_i = EI \phi''(x_i) \quad \text{et} \quad M_{i+1} = EI \phi''(x_{i+1}) \end{cases} \quad (46)$$

Avec x_i la position de l'appui i

M_i le moment au niveau de l'appui i

Pour la travée la plus à gauche, les conditions aux limites en $x = 0$ donnent :

$$\phi(0) = \frac{M_0}{2EI k^2} (ch(kx) - \cos(kx)) + A_1 \sin(kx) + A_3 sh(kx) \quad (47)$$

Lorsque $x = L_1$, on obtient les égalités suivantes ;

$$\begin{aligned} \frac{M_0}{2EI} (ch(kL_1) - \cos(kL_1)) + A_3 k^2 sh(kL_1) + A_1 k^2 \sin(kL_1) &= 0 \\ -\frac{M_1}{EI} + \frac{M_0}{2EI} (ch(kL_1) + \cos(kL_1)) + A_3 k^2 sh(kL_1) - A_1 k^2 \sin(kL_1) &= 0 \end{aligned} \quad (48)$$

A partir de ces équations, on peut déterminer les expressions des paramètres A_1 et A_3

A partir de ces expressions et de l'équation A14, on peut écrire les rotations :

$$\begin{aligned} \phi'(0) &= k(A_1 + A_3) \\ EI \phi'(L_1) &= \frac{M_0}{2k} (sh(kL_1) + \sin(kL_1)) + EIk A_3 ch(kL_1) + EIk A_1 \cos(kL_1) \end{aligned} \quad (49)$$

En injectant les expressions de A_1 et A_3

$$\begin{aligned} 2EIk \phi'(0) &= -Y(kL_1)M_0 - Z(kL_1)M_1 \\ 2EIk \phi'(L_1) &= Z(kL_1)M_0 + Y(kL_1)M_1 \end{aligned} \quad (50)$$

Avec :

$$\begin{cases} Y(kL_1) = \frac{1}{th(kL_1)} - \frac{1}{\tan(kL_1)} \\ Z(kL_1) = \frac{1}{\sin(kL_1)} - \frac{1}{sh(kL_1)} \end{cases}$$

La condition de continuité en rotation permet d'écrire une formulation de l'équation des 3 moments

$$Z_k L_i M_{i-1} + [Y_k L_i + Y_k L_{i+1}] M_i + Z_k M_{i+1} = 0 \quad (51)$$

On obtient un système avec autant d'équations qu'il y a d'appuis intermédiaires que l'on écrit sous forme matricielle.

$$\bar{\bar{X}} \cdot \bar{M} = 0 \quad (52)$$

Avec

$$\bar{\bar{X}} = \begin{bmatrix} Y(kL_1) + Y(kL_2) & Z(kL_2) & 0 & \dots & 0 \\ Z(kL_2) & Y(kL_2) + Y(kL_3) & Z(kL_3) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & Y(kL_{n-1}) + Y(kL_n) & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Et } \bar{M} = [M_0 \quad M_1 \quad M_2 \dots \dots M_n]^T$$

Les seules déformées possibles sont celles qui respectent l'équation (52). Etant donné que la déformée Φ est dépendant de la pulsation, les pulsations ω vérifiant (52) sont aussi les pulsations propres de la structure.

Une solution évidente apparaît lorsque tous les moments sont nuls. Les autres solutions s'obtiennent en cherchant les valeurs de la pulsation ω pour lesquelles $\det(\bar{\bar{X}}) = 0$.

Cette méthode permet de déterminer les fréquences propres d'une poutre sur n appui. Une routine Scilab est proposé pour automatiser la résolution.

```
// Modes poutre sur n appui

clear;
xdel(winsid());

// _____ //
// Paramètres système //
// _____ //

n_appui_inter = 4;
phi_ext = 9.7E-3;
phi_int = 8.7E-3;
Temp = 450;
E = 10E9;
rho = 450; // kg/m^3
S = %pi * phi_ext^2 / 4;
I0 = %pi * (phi_ext^4 - phi_int^4) / 64;
n = n_appui_inter;
// Longueur des travées
L = [1, 2, 3, 4, 5];
L = 5 * ones(n+1, 1);

if length(L) <> (n+1) then
    disp('Mauvaise dimension du vecteur des longueurs des travées')
    abort
end
ite = 0;
// _____ //
// Calcul du déterminant //
// pour chaque fréquence //
// _____ //
for w = [1:5000];
    ite = ite + 1;
    k = ((rho*S*(w)^2)/(E*I0))^(0.25);
    Y = 2*(1/tanh(k*L(1)) - 1/tan(k*L(1)));
    a = zeros(n, 1);
    a(1) = Y;
    Y = 2*(1/tanh(k*L(2)) - 1/tan(k*L(2)));
    Z = 1/sin(k*L(2)) - 1/sinh(k*L(2));

    a(2) = (Y)^2 - Z^2;
    for t = 3:n;
        Y = 2*(1/tanh(k*L(t)) - 1/tan(k*L(t)));
        Z = 1/sin(k*L(t)) - 1/sinh(k*L(t));
        a(t) = (Y) * a(t-1) - (Z^2) * a(t-2);
    end
    deter(ite) = a(n);
end
w = [1:5000];

// _____ //
// Recherche des valeurs pour lesquelles //
// le déterminant s'annule //
// _____ //

p = 0;
nb_mode = 0;
for t = 1:(size(w, 2)-1),
    if abs(deter(t)+deter(t+1)) == abs(deter(t))+abs(deter(t+1)) then;
        p = p + 1;
    else;
        nb_mode = nb_mode + 1;
        w_mode(nb_mode) = 0.5 * (w(t)+w(t+1));
    end
end

// _____ //
// Sorties textes //
// _____ //

disp('bande de fréquence observée = [' + string(w(1)) + ',' +
    string(w(size(w, 2))) + ']')
if nb_mode == 0 then
    disp('pas de modes')
else f_mode = w_mode / (2*3.1415);
    disp('nombre de mode = ' + string(size(f_mode, 1)))
    disp(f_mode(1))
end

f1 = %pi/2*sort(E * I0/(rho*S*L(5)^4))
disp(f1) |
```

Ce programme utilise la simplification suivante pour calculer le déterminant de la matrice $\bar{X}$ [46] propre aux matrices tri-diagonale :

$$\det(\bar{X}) = Y_{n,n} \det(\bar{X})_{\{1,\dots,n-1\}} - Z_n^2 \det(\bar{X})_{\{1,\dots,n-2\}} \quad (53)$$

Cette formulation récursive permet un calcul du déterminant beaucoup plus rapide.

Annexe B. Analyse de l'orthotropie

Le bois est un matériau fortement orthotrope, et cette propriété va agir sur le comportement dynamique des planchers. Des études ont été menées pour calculer analytiquement les modes de vibrations de plaques orthotropes dans différentes conditions, par exemple les travaux de Xing et liu [47] ou Ghashochi [48]. Nous nous intéresserons particulièrement à l'approche de Jayaraman [49] qui s'est penché sur les modes de vibrations d'une poutre avec au moins deux côtés appuyés et qui a donné de nombreuses formules afin d'identifier les modes propres de façon exhaustive. Ces travaux portent sur des plaques considérées comme fine.

Les équations étant globalement complexes, elles ne sont pas reproduites ici, seule la méthode est décrite. L'équation différentielle représentant les déplacements d'une plaque s'écrit de la façon suivante :

$$D_x \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} = -\rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \quad (54)$$

Avec

$$\begin{cases} D_x = \frac{E_x h^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \\ D_y = \frac{E_y h^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \end{cases} \text{ les modules de flexion de la plaque}$$

$$W(x, y, t) = Y_m(y) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) e^{i\omega t} \text{ déplacement des points de la plaque}$$

L'expression de $W(x, y, t)$ permet un découplage des paramètres et aboutit à une équation différentielle avec une dépendance en y . Les solutions de ce problème sont de la forme :

$$Y_m = A_1 \cos(D_1 y) + A_2 \sin(D_2 y) + A_3 \cosh(D_3 y) + A_4 \sinh(D_4 y) \quad (55)$$

Avec A_i des constantes et D_i les racines de l'équation différentielle. Les conditions aux limites du problème permettent de retrouver les constantes A_i au moyen d'un calcul matricielle.

$$[P] \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (56)$$

Avec $[P]$ matrice 4x4 représentant les équations relatives aux conditions aux limites. Les seules solutions non nulles apparaissent lorsque $\det[P] = 0$, avec $\det[P]$ qui dépend que de la pulsation ω .

Suivant les propriétés des plaques, celles-ci sont réparties en trois catégories. Pour chaque catégorie et pour chaque configuration d'appui, Jayaraman définit une « équation caractéristique », c'est-à-dire une équation du type $\det[P] = f(\omega) = 0$ qui n'est vérifiée que pour des pulsations ω_i correspondants aux pulsations propres du problème.

La résolution formelle de ces équations est impossible, une résolution numérique approchée est impérative. Néanmoins, le calcul étant extrêmement rapide, il est possible de tracer facilement des abaques de résultat.

Les résultats sont données en fonction du paramètre adimensionnel $\lambda_0 = a^2 \sqrt{\frac{\rho h \omega^2}{D_y}}$

Plancher sur deux appuis

Les abaques sont données en fonction de $\frac{D_x}{D_y} = \frac{E_x}{E_y}$ pour plusieurs valeurs de rapport de forme $\frac{a}{b}$. Les abaques suivantes ont été déterminés avec un coefficient de poisson $\nu_x = 0,3$. Le calcul isotrope est réalisé avec l'équation issue des travaux de Leissa et est tracé en rouge pour référence.

On remarque que λ évolue peu avec D_x/D_y , ce qui traduit une influence moindre de l'orthotropie sur le premier mode d'une plaque bi-appuyée. L'erreur maximal sur la fréquence est de 3% pour un rapport $a/b = 0,5$. Cela s'explique par l'allure du mode 1 dans cette configuration, qui est proche de celui d'un mode poutre (voir Figure 96).

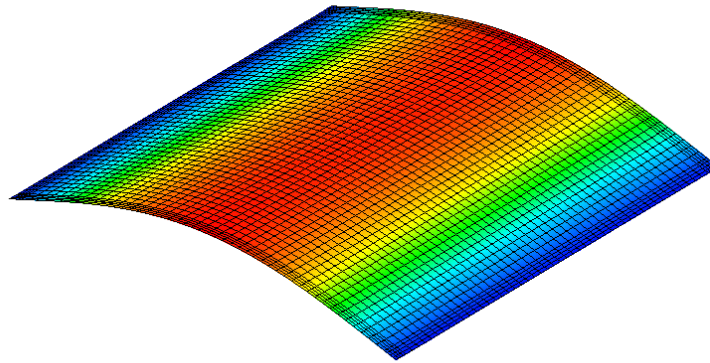
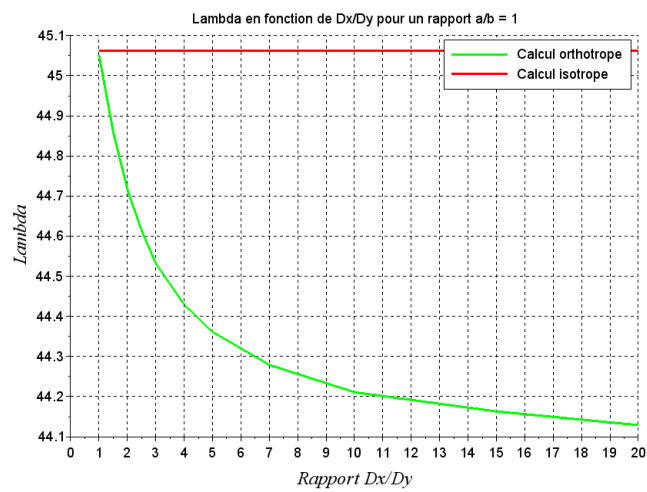
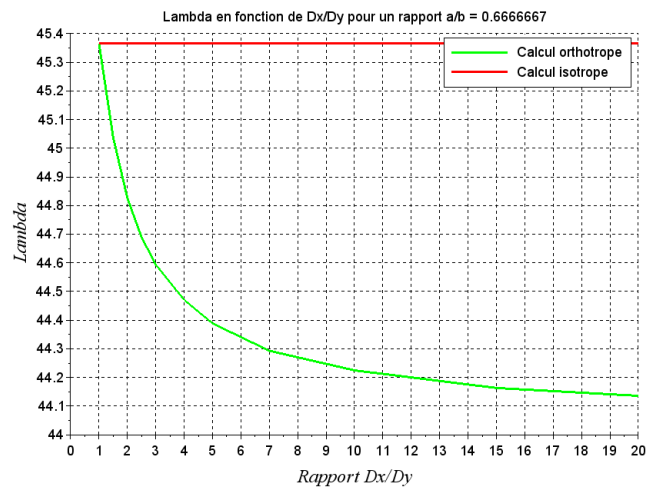
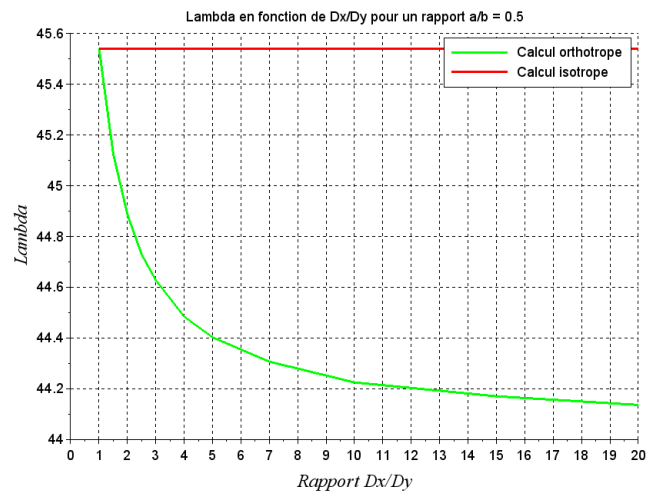
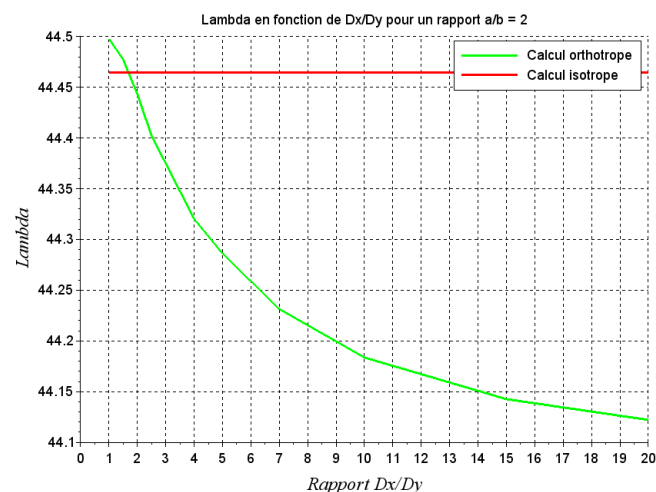
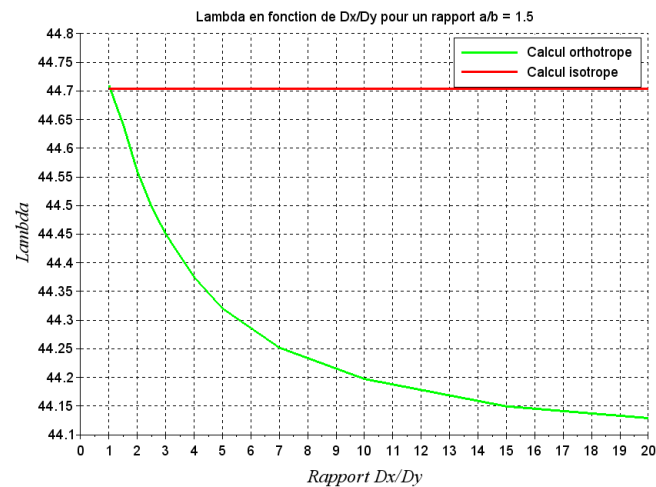


Figure 96 - Allure du premier mode d'un plancher bi-appuyé





Plancher sur 4 appuis

Dans le cas d'un plancher sur deux appuis, la prise en compte de l'orthotropie sera particulièrement importante puisque le 1^{er} mode fait intervenir les deux directions de la plaque (voir Figure 97). En considérant un modèle isotrope plutôt qu'orthotrope, l'erreur commise sur l'estimation de la fréquence du 1^{er} mode est d'autant plus grande que le rapport a/b est grand. A titre d'exemple, l'erreur commise est de l'ordre de 13% pour une plaque avec $a/b = 1$ et $E_x/E_y = 10$. L'erreur est de 35% pour une plaque avec $a/b = 2$ et $E_x/E_y = 10$.

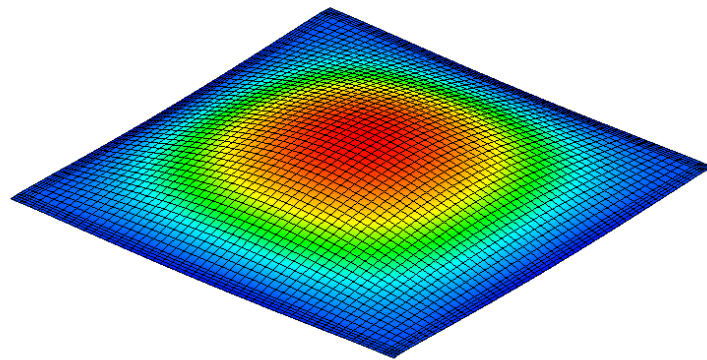
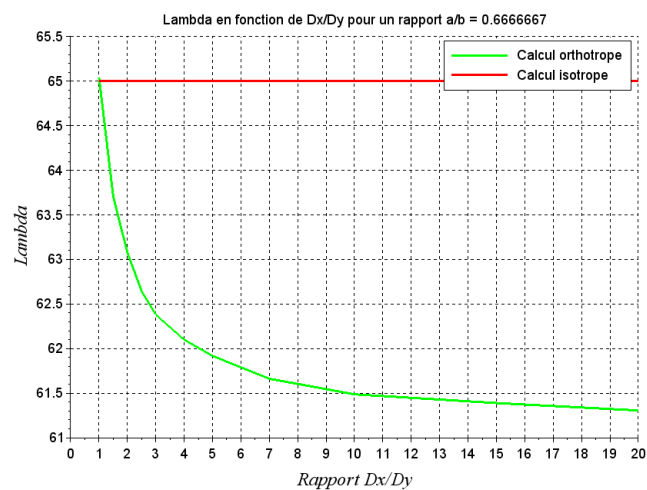
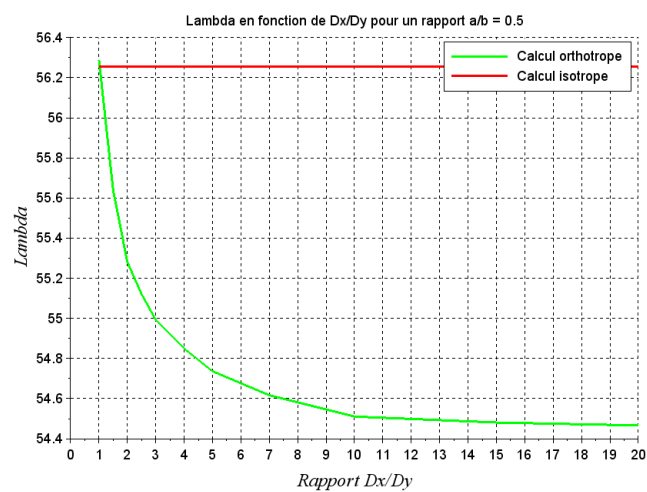
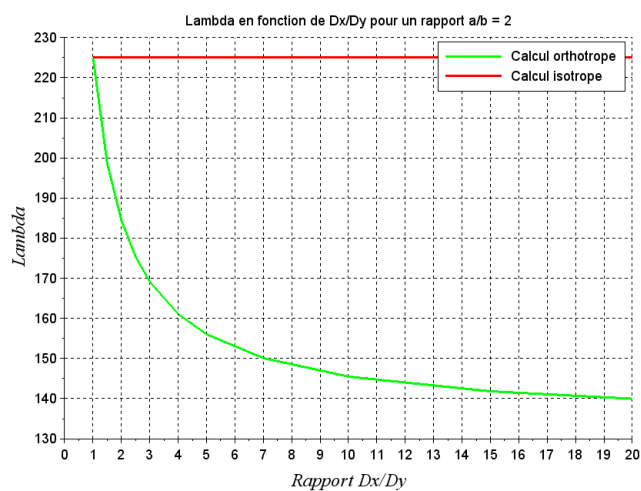
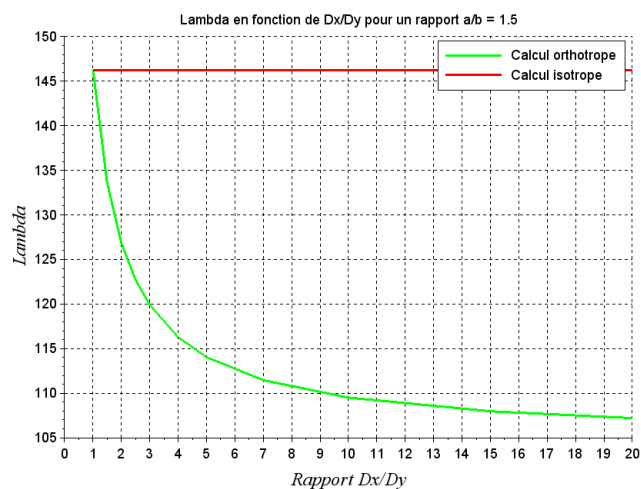
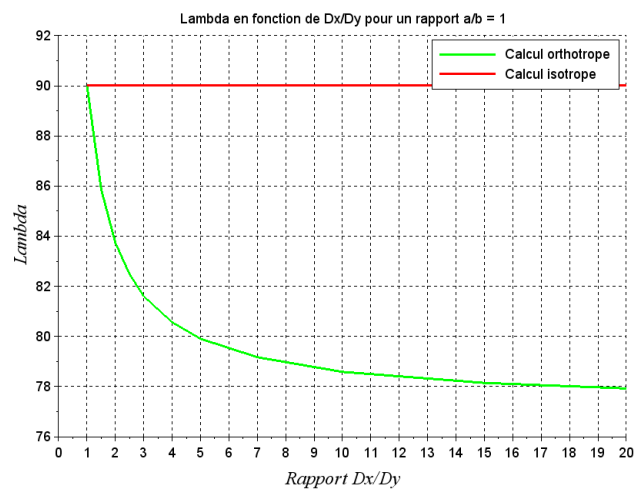


Figure 97 - Allure du 1er mode dans le cas d'un plancher sur 4 appuis





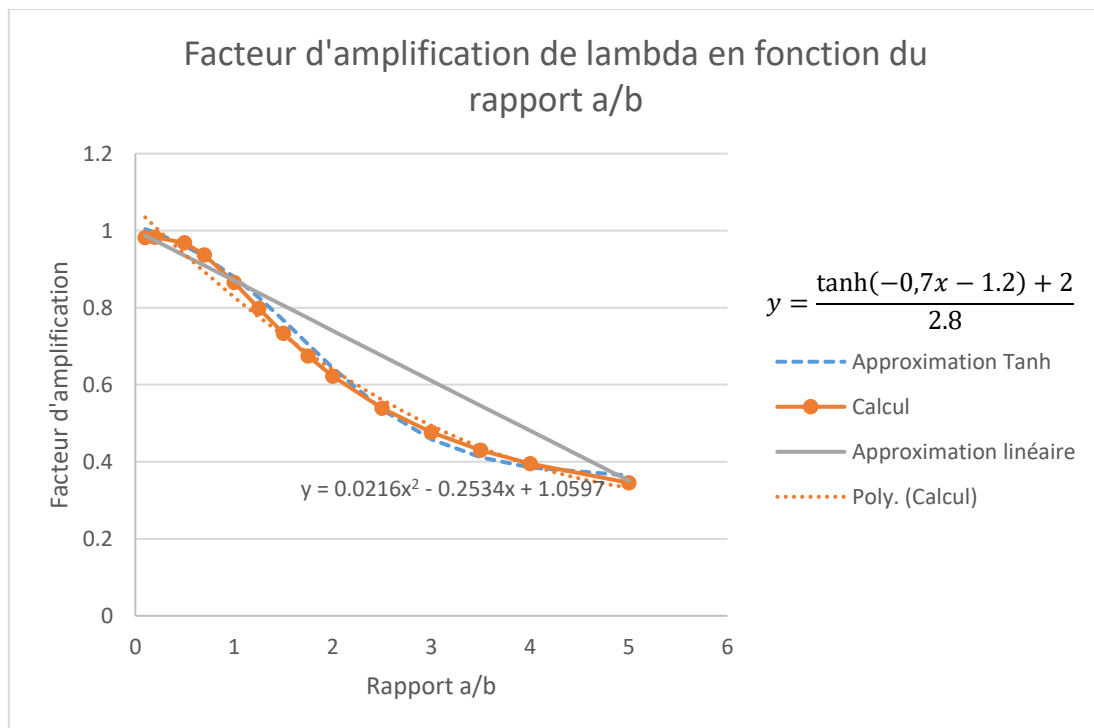
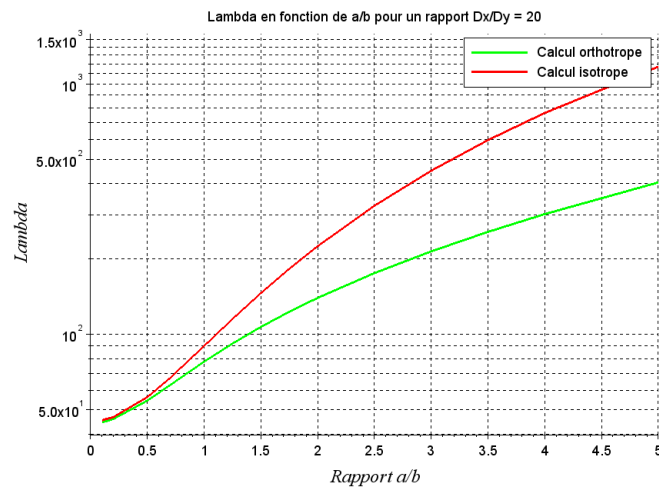


Figure 98 - Facteur d'amplification de λ en fonction du rapport $\frac{a}{b}$ pour un ratio $D_x/D_y = 20$

A partir des courbes, on peut tracer le rapport R_λ correspondant au rapport entre la valeur de λ calculé avec un calcul orthotrope et celle calculée en supposant un matériau isotrope. Cette fonction est approximée par un polynôme de degré deux :

$$h\left(\frac{a}{b}\right) = \left(1 - 0.2534\frac{a}{b} + 0.0216\left(\frac{a}{b}\right)^2\right) \quad (57)$$

La fonction est légèrement décalée verticalement de façon conservative pour ne pas avoir un facteur d'amplification supérieur à 1. A noter qu'une approximation en utilisant la fonction tangente hyperbolique est possible, mais est beaucoup plus complexe à recalculer et n'a donc pas été utilisée.

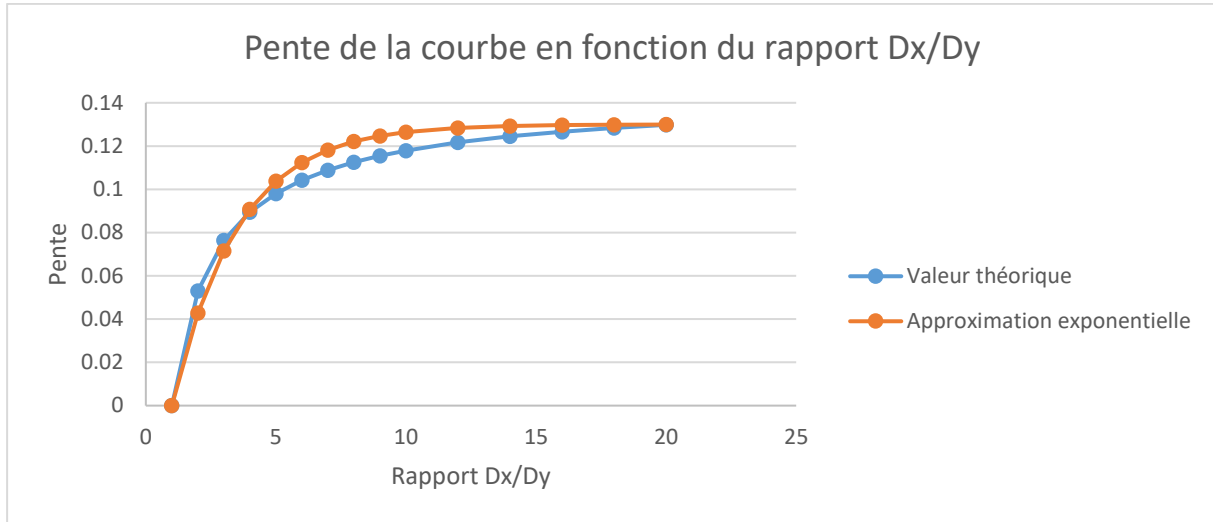


Figure 99 - Pente de la courbe en fonction de D_x/D_y

On mesure ensuite la pente de la Figure 98 (en faisant une approximation linéaire) pour différentes valeurs de rapport D_x/D_y . Ce rapport a tendance à converger vers une asymptote lorsque D_x/D_y devient grand. Il est choisi d'approximer cette courbe avec une fonction exponentielle de la forme :

$$g(D_x/D_y) = 1 - \exp(-0,4 \frac{D_x}{D_y} + 0,4) \quad (58)$$

La fréquence propre du premier mode est déterminée en multipliant la fréquence propre théorique d'une plaque isotrope avec un facteur $R_\lambda = g\left(\frac{D_x}{D_y}\right) h\left(\frac{a}{b}\right)$ représentant la diminution de la fréquence propre dû à l'orthotropie du matériau.

$$f_{114appu} = R_\lambda \frac{\pi}{2a^2} \sqrt{\frac{D_x}{\rho h}} \left(1 + 1\left(\frac{a}{b}\right)^2\right) \quad (59)$$

Avec $R_\lambda = 1 - \left(1 - \exp\left(-0,4 \frac{D_x}{D_y} + 0,4\right)\right) \left(0,25 \frac{a}{b} - 0,021 \left(\frac{a}{b}\right)^2\right)$

Cette formule a été obtenue avec un coefficient de poisson dans la direction de forte inertie $\nu_x = 0,3$. ($\nu_y = \frac{E_y}{E_x} \nu_x$).

Cette formule a été comparé à une approche éléments finis pour un grand nombre de plaques appuyé sur les quatre extrémités en variant le rapport a/b et D_x/D_y . Du fait de la relative mauvaise approximation de la courbe pour des rapports D_x/D_y allant de 5 à 10, on observe des erreurs assez importantes pour des grands rapports de forme avec un rapport d'orthotropie de cet ordre. Néanmoins, dans le reste du spectre de valeur représentative d'un plancher, les erreurs sur l'estimation de la fréquence propre sont strictement inférieures à 10%.

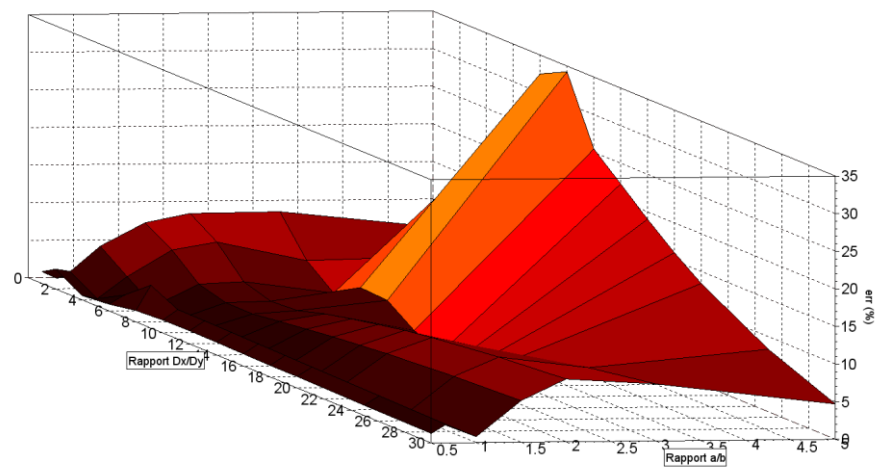


Figure 100 - Erreur relative entre la formule analytique et une simulation éléments finis en fonction du rapport de forme et du rapport d'orthotropie

Comparaison avec des valeurs numériques

A la suite de cette étude sur les effets de l'orthotropie du matériau sur la fréquence du premier mode, il est possible d'aboutir à plusieurs conclusions :

- Pour un plancher appuyé sur deux côtés opposés seulement, l'orthotropie a un effet fortement négligeable (<3%) sur la fréquence du premier mode, puisque ce mode est assimilable à un mode poutre. L'équation de Leissa proposée pour une plaque isotrope est largement satisfaisante.
- Pour un plancher appuyé sur quatre côté, l'effet de l'orthotropie a cette fois-ci un effet important à ne pas négliger sur la fréquence du premier mode avec des erreurs qui augmente fortement lorsque le rapport a/b du plancher augmente. Une solution proposée est d'utiliser la formule isotrope auquel on viendra ajouter un facteur dépréciateur permettant de tenir compte de l'orthotropie.

Annexe C. Détermination des raideurs, des rotations et des fréquences propres d'une poutre bi-appuyée avec chargement vertical.

On souhaite modéliser la rigidité apportée par un voile sur le comportement du plancher.



Figure 101 - Schéma du plancher sous l'effet d'un serrage aux extrémités

On peut considérer que la force du voile va empêcher la rotation des appuis en fonction de l'effort F appliqué. Le problème de la Figure 101 peut alors se modéliser comme sur la figure 3.



Figure 103 - Analyse du plancher sous l'effet d'un serrage avec des ressorts en rotation

Pour trouver le 1^{er} mode de cette structure (hyperstatique) il est possible d'utiliser la méthode du quotient de Rayleigh. Elle nécessite de connaître une déformée statique équivalente à la déformée du 1^{er} mode envisagé. Cette déformée est obtenue en considérant que la rotation aux appuis est égale à :

$$y'(0) = \theta(0) = \frac{M_f}{K_r} \quad (60)$$

Résolution analytique de la flèche d'une poutre appuyée et rotation bloquée soumise à un effort réparti.

On cherche la déformée de la poutre due au chargement réparti :

$$EIy'' = -Mf + \frac{PLx}{2} - \frac{Px^2}{2} \quad (61)$$

$$EIy' = \frac{P}{2} \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{Lx^2}{2} \right) - M_f x + K_1 \quad (62)$$

$$EIy = \frac{P}{2} \left(-\frac{x^4}{12} + \frac{Lx^3}{6} \right) + K_1 x + K_2 - \frac{M_f x^2}{2} \quad (63)$$

Condition : $y(0) = 0, y'(0) = \frac{M_f}{K_r}, y'\left(\frac{L}{2}\right) = 0$

La deuxième condition donne une expression de K_1 en fonction de M_f .

$$K_1 = -\frac{EIM_f}{K_r} \quad (64)$$

La troisième condition donne la valeur de M_f :

$$\frac{P}{2} \left(-\frac{L^3}{24} + \frac{L^3}{8} \right) + K_1 - \frac{M_f L}{2} = 0 \quad (65)$$

$$\frac{PL^3}{24} = M_f \left(\frac{L}{2} + \frac{EI}{K_r} \right) \quad (66)$$

$$M_f = \frac{PL^3}{24 \left(\frac{L}{2} + \frac{EI}{K_r} \right)} \quad (67)$$

La première condition donne $K_2 = 0$

Soit

$$y = \frac{P}{2EI} \left(\left(-\frac{x^4}{12} + \frac{Lx^3}{6} \right) - \left(\frac{EI}{K_r} x + \frac{x^2}{2} \right) \frac{L^3}{12 \left(\frac{L}{2} + \frac{EI}{K_r} \right)} \right) \quad (68)$$

Au centre de la poutre :

$$y\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{PL^4}{128EI} - \left(\frac{EI}{K_r} \frac{L}{2} + \frac{L^2}{8} \right) \frac{PL^3}{24EI \left(\frac{L}{2} + \frac{EI}{K_r} \right)} \quad (69)$$

Le premier mode est donné en minimisant l'énergie de déformation avec la méthode de Rayleigh :

$$R(D_1) = \frac{\int_0^L ES \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx + K_r (y'(0)^2 + y'(L)^2)}{\int_0^L \rho S (y)^2 dx} = \omega^2 \quad (70)$$

Avec un utilitaire de résolution formelle (sagemath), on obtient la pulsation propre du problème.

$$\omega^2 = \frac{504}{\rho S} \frac{24E^3 I^3 + 14E^2 I^2 K_r L + EIK_r^2 L^2}{124E^2 I^2 L^4 + 22EIK_r L^5 + K_r^2 L^6} \quad (71)$$

Ce résultat analytique est parfaitement reproductible avec une solution éléments finis.

Résolution analytique de la flèche d'une poutre appuyée et rotation bloquée soumise à un effort réparti.

Il est aussi possible de déterminer une expression du premier mode propre sur la base d'un chargement ponctuel au centre de la poutre.



Figure 104 - S11

$$EIy'' = -M_f + \frac{F}{2}x \quad (72)$$

$$EIy' = \frac{F}{4}x^2 - M_fx + K_1 \quad (73)$$

$$EIy = \frac{F}{12}x^3 + K_1x + K_2 - \frac{M_fx^2}{2} \quad (74)$$

Condition : $y(0) = 0, y'(0) = \frac{M_f}{K_r}, y'\left(\frac{L}{2}\right) = 0$

La deuxième condition donne une expression de K_1 en fonction de M_f .

$$K_1 = -\frac{EIM_f}{K_r} \quad (75)$$

La troisième condition donne la valeur de M_f :

$$\frac{FL^2}{16} + K_1 - \frac{M_fL}{2} = 0 \quad (76)$$

$$\frac{FL^2}{16} = M_f\left(\frac{L}{2} + \frac{EI}{K_r}\right) \quad (77)$$

$$M_f = \frac{FL^2}{16\left(\frac{L}{2} + \frac{EI}{K_r}\right)} \quad (78)$$

La première condition donne $K_2 = 0$

Soit

$$y = \frac{F}{EI}\left(\frac{x^3}{12} - \left(\frac{EI}{K_r}x - \frac{x^2}{2}\right)\frac{L^2}{16\left(\frac{L}{2} + \frac{EI}{K_r}\right)}\right) \quad (79)$$

Au centre de la poutre :

$$y\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{F}{EI}\left(\frac{L^3}{96} - \frac{\left(\frac{EIL}{K_r} - \frac{L^2}{8}\right)L^2}{16\left(\frac{L}{2} + \frac{EI}{K_r}\right)}\right) \quad (80)$$

Annexe D. Détermination de la flèche d'un plancher avec une force appliquée à ces extrémités par éléments finis.

Soit le problème d'un plancher appuyé sur deux extrémités. Sur ces extrémités une force est appliquée (par exemple la charge due à un voile - Figure 105).

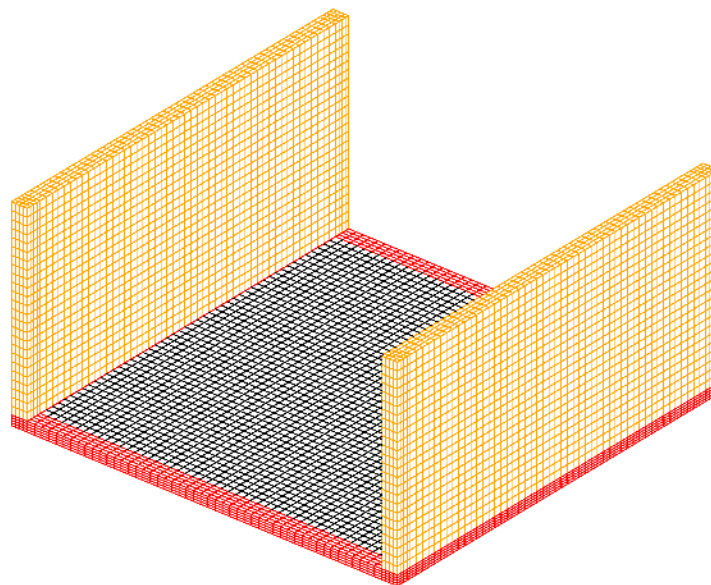


Figure 105 - Plancher soumis à la charge d'un voile.

Par soucis de simplicité le voile est représentée par un chargement direct sur le plancher, la dynamique du voile est donc négligée. La force appliquée sur le plancher aux appuis va avoir tendance à accroître sa rigidité du fait du blocage de sa rotation au niveau des appuis. Néanmoins, un certain nombre d'autres facteurs rentrent en jeu, comme l'écrasement local du bois au niveau de la surface d'appui, qui eux vont accroître la souplesse du plancher. Ce problème est donc complexe, multi phénomènes et ne peut être appréhender de façon satisfaisante par une approche théorique. Il a été choisi de réaliser une campagne d'essai numérique afin de réaliser ce calcul pour une large gamme de paramètres. Un chargement répartie représentative du poids propre est appliqué sur l'ensemble du plancher (en plus de la charge aux appuis) et on repère la flèche en son centre. Les paramètres identifiés influant sur le comportement statique du plancher sont :

- Le module verticale du plancher (E_z)
- La hauteur du plancher h . Dans le cas d'un plancher traditionnel, il s'agit de la hauteur de la solive et de la plaque OSB
- La largeur d'appui du voile l_{app}
- La longueur et la largeur du plancher a . (On considère $a/b = 1$)

La liste de ces paramètres n'est pas exhaustive mais illustre les paramètres les plus influents. Par exemple, l'influence du rapport de forme a/b est négligé. Pour limiter le nombre de simulation, trois des paramètres ont été fixés et on joue sur un unique paramètre. Cette

approche de type « one at a time » n'est pas conseillé pour avoir une analyse paramétrique efficace puisque les dépendances entre les paramètres ne sont pas révélées, mais elle est suffisante au vu de la précision attendue sur les résultats. Pour un jeu de paramètre donné, on évalue l'évolution de la flèche au centre en fonction de l'effort appliqué aux appuis. On obtient de genre de graphe (Figure 106).

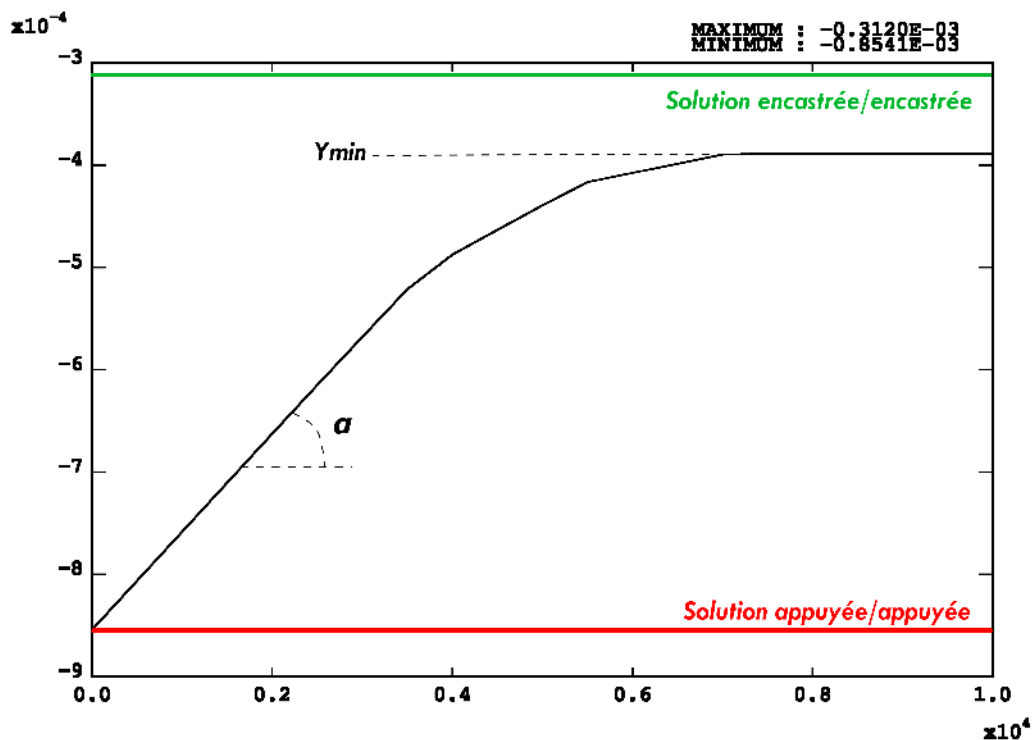


Figure 106 - Flèche en centre de plancher suivant l'effort appliqué aux bords

A partir de ces figures pour chacun des essais, on peut en déduire un grand nombre de valeurs de α et de y_{min} suivant les valeurs des paramètres E_z , h , l_{app} et L . y_{min} est exprimé en fonction de la flèche théorique encastree-encastree y_{enca} avec

$$y_{min} = \beta y_{enca} \quad (81)$$

Une partie des résultats est donnée dans le tableau suivant :

Paramètres fixes	Paramètre variable		
	$l_{app} (m)$	α	β
$h = 0,12m$	0,05	$5,99E - 10$	1,58
$E_z = 500Mpa$	0,1	$6,14E - 10$	1,26
$L = 4,5$	0,15	$6,53E - 10$	1,16
	0,2	$6,24E - 10$	1,09
	0,25	$5,76E - 10$	1,07
Paramètres fixes	Paramètre variable		
	$E_z (Mpa)$	α	β
$h = 0,12m$	100Mpa	$2,81E - 09$	1,21
$l_{app} = 0,2m$	250Mpa	$2,81E - 09$	1,13
$L = 4,5$	500Mpa	$2,81E - 09$	1,09

	1000Mpa	$2,81E - 09$	1,08
	2000Mpa	$2,81E - 09$	1,07
Paramètres fixes	Paramètre variable		
	$h \text{ (m)}$	α	β
$l_{app} = 0,2m$	0,03	$1,97E - 09$	1,02
$E_z = 500Mpa$	0,06	$2,54E - 09$	1,03
$L = 4,5$	0,12	$2,76E - 09$	1,13
	0,15	$2,65E - 09$	1,23
	0,18	$2,55E - 09$	$1,29E + 02$
Paramètres fixes	Paramètre variable		
	a	α	β
$h = 0,12m$	2,25	$2,00E - 09$	1,18
$E_z = 500Mpa$	3,4	$2,52E - 09$	1,14
$l_{app} = 0,2m$	4,5	$2,83E - 09$	1,11
	6,75	$2,78E - 09$	1,08
	9	$2,85E - 09$	1,05

α n'est pas dépendant du module E_z . Pour le reste, dans la gamme de paramètres étudiés, l'influence des différents paramètres est sensiblement du même ordre de grandeur.

On aboutit aux résultats suivants :

$$\alpha = 6.10^{-11} l_{app} h^{-3} L.$$

$$\beta = 1 - \frac{1,55.10^{-2}}{l_{app}} - \frac{82}{\sqrt[3]{E_z}} - 2,61h^{1,5} - 1,5.10^{-2}L \quad (82)$$

$$\begin{cases} |y_{cinf}| = \frac{5PL^4}{384EI} - \alpha F & \text{si } |y_{cinf}| > \beta \frac{PL^4}{384EI} \\ |y_{cinf}| = \beta \frac{PL^4}{384EI} & \text{sinon} \end{cases} \quad (83)$$

Annexe E. Détermination de la masse modale d'un plancher

La masse modale est la portion de masse qui est sollicitée pour un mode particulier. Si l'on connaît l'allure de la déformée modale par une formulation formelle ou avec une approche éléments finis, il est possible d'approcher la masse modale.

Soit la déformée $\delta(x, y)$ est défini de manière formelle et est normalisée ($|\delta(x, y)|_{\max} = 1$), alors la masse modale s'exprime de la façon suivante :

$$M_{\text{mod}} = \frac{M}{ab} \int_S \delta^2(x, y) dS \quad (84)$$

Avec M la masse totale du plancher.

Si la déformée modale est exprimé de façon discrète par approche élément fini et normalisé de la même manière :

$$M_{\text{mod}} = \sum_{\text{nœuds}} \delta_i^2 dM_i \quad (85)$$

Avec δ_i la déformée verticale au nœuds i et dM_i la fraction de masse associée au nœud i .

Dans le cas d'un plancher appuyé sur deux côtés dans le sens principal d'orthotropie (notée x) on peut considérer que le déplacement de la plaque est indépendant de la position dans le sens perpendiculaire aux fibres (notée y). On a alors :

$$\begin{aligned} \delta(x, y) &= \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \\ M_{\text{mod}} &= \frac{M}{ab} \int_S \delta^2(x, y) dS = M \int_0^a \int_0^b \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx dy \\ M_{\text{mod}} &= \frac{M}{2} \end{aligned} \quad (86)$$

En présence d'une rigidité aux appuis, il faudrait utiliser l'expression (68) pour avoir un calcul précis de la masse modale. Néanmoins, l'apport généré par la rigidité aux appuis a tendance à réduire la masse modale faiblement. L'approximation donné par la formule (86) est suffisante et conservative.

Dans le cas d'un plancher appuyé sur 4 appuis, la masse modale peut s'écrire :

$$\begin{aligned} M_{\text{mod}} &= \frac{M}{4} \left(2 - \frac{a}{b}\right) \\ M_{\text{mod}} &= \frac{M}{4} \text{ si } a \approx b \end{aligned} \quad (87)$$

Annexe F. Calcul de la valeur efficace d'un cosinus ou d'un sinus amorti

Les accélérations sont souvent exprimées en valeur efficace pour être comparé aux normes sur la sensibilité. Or si la valeur efficace d'un cosinus est très simple à calculer (il suffit de multiplier la valeur crête par un rapport $1/\sqrt{2}$), la valeur efficace d'un cosinus amorti est beaucoup plus compliqué à obtenir.

Un cosinus amorti est défini par la formule suivante :

$$f(t) = A \cos(2\pi\omega t) e^{-\xi\omega t} \quad (88)$$

La valeur efficace est calculée par la formule suivante

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f(t)^2 dt} \quad (89)$$

L'intégrale est calculée avec Sage Math en utilisant l'interface web (<https://sagecell.sagemath.org/>) avec le code suivant :

```
var('om,xi,T')
assume(om>0)
assume(xi>0)
assume(T>0)

y(x) = cos(om*x)*exp(-xi*om*x);
#y(x) = cos(om*x)

from sage.symbolic.integration.integral import definite_integral
R = sqrt((definite_integral((y(x)^2)/T,x,0,T)))
R.full_simplify()
```

La résolution donne la valeur efficace suivante :

$$V_{eff} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{((2\xi^2 + 1)e^{2\xi\omega T} - 1)e^{-2\xi\omega T}}{T\omega\xi^3 + T\omega\xi}}$$

Annexe G. Oscillateur libre amorti soumis à une sollicitation de marche.

Le code ci-dessus est un code scilab permettant de calculer la réponse d'un oscillateur simple amorti à une sollicitation de marche. Il est implémentable simplement dans matlab.

```

K2 = 376*f-844;
K3 = -2804*f+6025;
K4 = 6308 * f -16573;
K5 = 1732*f + 13619 ;
K6 = -24648 *f + 16045;
K7 = 31836 * f - 33614;
K8 = -12948*f + 15532;
elseif f<2 ;
    K1 = 24*f-18;
    K2 = -404*f+521;
    K3 = 4224*f-6274;
    K4 = -29144 * f + 45468;
    K5 = 109976*f - 175808 ;
    K6 = -217424 *f + 353403;
    K7 = 212776 * f - 350259;
    K8 = -81572*f + 135624;
else
    K1 = 75*f-120;
    K2 = -1720*f+3153;
    K3 = 17055*f-31936;
    K4 = -94265 * f +175710;
    K5 = 298940*f-553736;
    K6 = -529390 *f + 977335;
    K7 = 481665 * f - 888037;
    K8 = -174265*f+321008;
end
Fp = K1*t + K2*t^2 + K3*t^3 + K4*t^4 + K5*t^5 + K6*t^6 + K7*t^7 + K8*t^8;
Fp(find(Fp<0)) = 0;
lt = t;

if (tini == 0);
    ltsup = (ts + dt):dt:tfin;
    lt = [lt,ltsup]
    Fpsup = zeros(ltsup);
    Fp = [Fp,Fpsup];
else
    ltinf = 0:dt:tini-dt;
    ltsup = (ts + dt + tini):dt:tfin;
    lt = [ltinf,lt,ltsup];
    Fpinf = zeros(ltinf);Fpsup = zeros(ltsup);
    Fp = [Fpinf,Fp,Fpsup]
end

if kpas == 1;
    Fptot = Fp;
else
    Fptot = Fptot + Fp
end

clear;
xdel(winsid());

chemin=get_absolute_file_path('Oscillateur_simple
ce')
chdir(chemin);

m = 1000;
mpers = 800; //(Poids de la personne (en newton))
f0 = 4.;
w0 = f0*2*%pi;
kr = m*w0^2;
xi = 0.02;
c = xi * 2 * sqrt(kr*m);

Fs = 3000;
dt = 1/Fs;

gamma = 0.5;
beta = 0;

////////////////////////////////////
//      Valeurs initiales      //
////////////////////////////////////

x(1) = 0;
v(1) = 0;
a(1) = 0;

////////////////////////////////////
//      Forces                  //
////////////////////////////////////

//lf = 2 ;
lf = 1.5 :0.01 :2.2.;
lmaxA = []

for k = 1:length(lf)

    f = lf(k);
    npas = 6;
    tfin = 5;

    for kpas = 1:npas;

        tini = dt * floor((kpas - 1)/(dt*f));

        ts = 2.6606 - 1.757*f + 0.3844*f^2;
        t = 0:dt:ts;
        if f<1.75 then

```

```

end

end

Fptot = Fptot * mpers;
// _____
// _____ itérations _____
// _____
// _____

L = length(lt);
for i = 1:L-1
a(i+1) = 1/m*(-c*v(i)-kr*x(i)+Fptot(i));
v(i+1) = v(i) + dt*((1-gamma)*a(i)+gamma*a(i+1));
x(i+1) = x(i) + dt*v(i) + 0.5*dt*dt*(
2*beta)*a(i)+2*beta*a(i+1));
end

K1 = -8*f+38;

scf()
plot2d(lt,x);
Fgx = Fptot*0.5*max(x)/max(Fptot);
plot2d(lt,Fgx,style = 5)

scf()
plot2d(lt,a)
Fga = Fptot*0.5*max(a)/max(Fptot);
plot2d(lt,Fga,style = 5)

lmaxA = [lmaxA,max(abs(a))]

end
plot2d(lf,lmaxA)

```

Annexe H. Résultats des essais expérimentaux de marche

H.1. Plancher CLT

25 personnes ont participé à ces essais.

Les fréquences sont obtenues à partir des fft des accélérations mesurées sur les planchers. La valeur efficace de l'accélération indiquée est le maximum des valeurs efficaces calculés sur des bandes de 1s de signal.

N°	Poids	Type de chaussures	Fréquence	a_{eff} bande (mm/s)
1	73	Plates	2.1	222
2	57	Plates	2.06	401
3	80	Plates	2.18	927
4	100	Petits talons	2.12	725
5	74	Semelles amortissantes	2.16	423
6	60	Plates	2.02	378
7	66	Plates	2.22	857
8	88	Chaussures de sécurité	2.07	723
9	75	Plates	2.02	725
10	66	Talons moyens	2.1	537
11	72	Plates	2.15	509
12	80	Chaussures de sécurité	2.25	847
13	100	Plates	2	477
14	80	Chaussures de sécurité	2	998
15	65	Plates	2.1	382
16	74	Plates	2.1	402
17	93	Plates	2.2	565
18	75	Plates	2.18	411
19	75	Plates	2.18	476
20	72	Petits talons	2.15	677
21	55	Petits talons	2.08	222
22	64	Petits talons	2.34	770
23	63	Petits talons	2.12	614
24	66	Grands talons	2.2	1173
25	51	Petits talons	2.06	310

H.2. Plancher traditionnel

47 personnes ont participé à ces essais.

Les fréquences sont obtenues à partir des fft des accélérations mesurées sur les planchers. La valeur efficace de l'accélération indiquée est le maximum des valeurs efficaces calculés sur des bandes de 1s de signal.

N°	Poids	Type de chaussures	Fréquence précise	Veff bande
1	80	Plates	2.24	577
2	80	Plates	2.12	297
3	50	Talons	2.32	462
4	66	Talons Moyens	2.29	603
5	65	Plates	2.32	852
6	50	Talons Moyens	2.2	741
7	51	Talons Moyens	2.14	612
8	100	Talons Moyens	2.27	606
9	88	Plates	2.23	486
10	80	Plates	2.34	345
11	56	Talons Moyens	2.29	723
12	72	Plates	2.16	393
13	72	Plates	2.04	343
14	116	Plates	2.05	251
15	80	Plates	2.1	459
16	65	Talons Moyens	2.13	217
17	64	Plates	2.17	220
18	120	Sécurité	2	426
19	96	Plates	2.16	537
20	60	Talons	2.2	1103
21	53	Talons petits	2.42	540
22	72	Plates	2.28	904
23	65	Talons Moyens	2.3	502
24	72	Talons	2.3	1093
25	73	Plates	2.27	269
26	80	Plates	2.36	556
27	62	Plates	2.02	300
28	84	Plates	2.2	213
29	69	Plates	2.27	477
30	50	Plates	2.11	706
31	65	Plates	2.3	275
32	57	Plates	2.34	482
33	70	Plates	2.3	241
34	75	Plates	2.1	413
35	50	Talons Moyens	2.35	1017
36	67	Plates	2.29	610
37	63	Plates	2.2	348
38	68	Plates	2.24	348

39	80	Talons	2.41	800
40	80	Chaussons	2.22	728
41	66	Talons	2.35	873
42	58	Plates	2.1	511
43	75	Plates	2.23	392
44	75	Plates	2.14	268
45	72	Plates	2.3	448
46	57	Plates	2.26	439
47	93	Plates	2.23	634

Annexe I. Résultats des essais expérimentaux de marche

I.1. Introduction

Cette annexe présente trois cas concrets pour lesquels la méthodologie d'estimation des fréquences propres des planchers développés dans le cadre de ce projet a été utilisée et comparés aux mesures fait sur place.

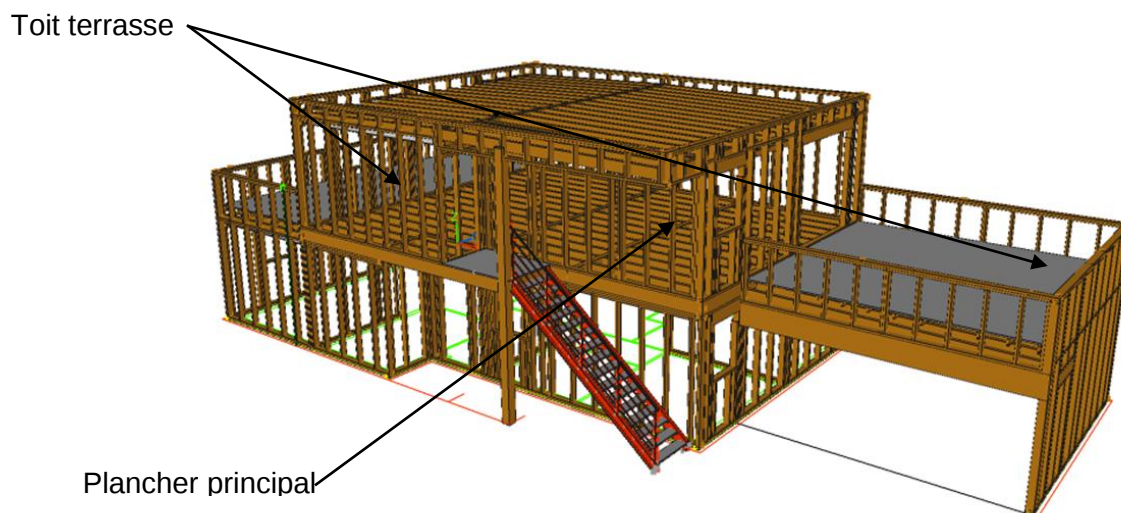
I.2. Chantier Lateste

i. Présentation du chantier

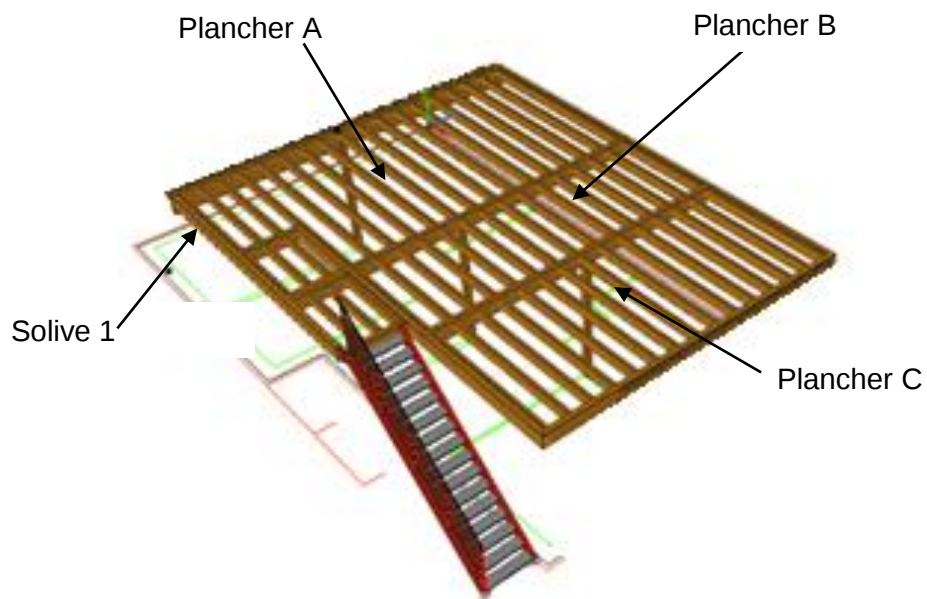
Le rapport détaillé est donné dans le rapport 403-14 du 29.06.17. Des extraits sont insérés ici :

Les mesures ont été réalisées sur une maison à ossature bois à deux niveaux. Elle comporte trois planchers :

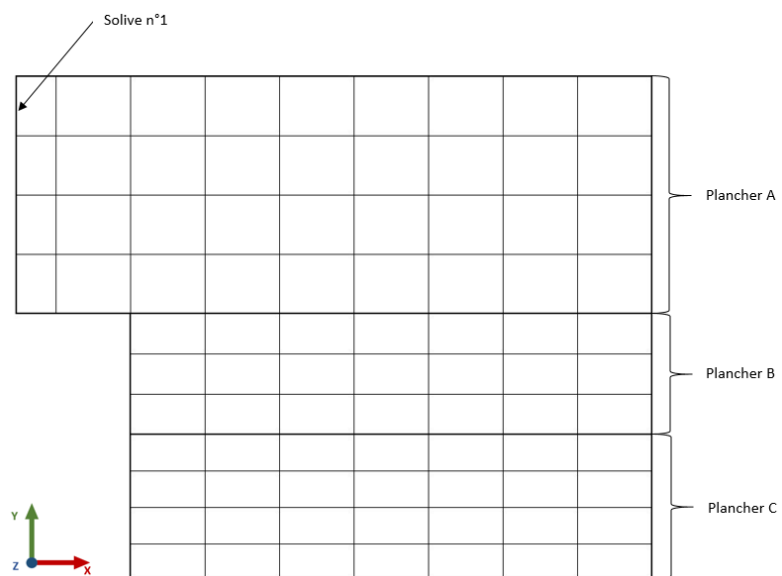
- Un plancher principal représentant l'étage « couvert ».
 - Deux toits terrasses situés de part et d'autre du plancher principal.



Seul le plancher principal sera étudié, c'est un plancher traditionnel composé de panneaux d'OSB, de solives et de poutres porteuses en lamellé-collé, sa composition sera détaillée dans le prochain paragraphe. On peut scinder le plancher principal selon la portée des solives en trois parties distinctes que l'on nommera : Plancher A, Plancher B et Plancher C.



Un maillage réalisé à l'aide de scotch est posé sur le plancher afin de faciliter les mesures. Le maillage réalisé est schématisé sur la figure suivante.



Dans la même thématique, une numérotation des solives a été réalisée, leur numérotation est selon l'axe croissant des X. Les solives sont représentées par les traits verticaux sur le schéma. Une solive sur deux a été maillée (sauf les deux premières à gauche sur le schéma).

Les planchers A et C ont été discrétisés en 4 zones selon l'axe des Y alors que le plancher B a été discrétisé en 3 zones.



L'ensemble du plancher évalué, composé des planchers A, B et C, a une structure comprenant des solives, des poutres porteuses en lamellé-collé, des sabots de fixation et des panneaux OSB.

Les solives, classées C24, ont une section de 80x220mm et une longueur de 4445mm pour le plancher A, de 2415mm pour le plancher B et de 3 135mm pour le plancher C.

Les poutres porteuses en BLC, classées GL24H, ont des sections différentes selon leurs emplacements.

La première d'entre-elles, la poutre BLC supportant le plancher A et la toiture terrasse a des dimensions de 120x440x 8 630mm. La seconde, permettant de soutenir les solives des planchers A et B a des dimensions de 120x320x8510mm. La poutre BLC entre les planchers B et C a des dimensions de 120x320x7300mm. La quatrième poutre BLC, à l'extrémité du plancher C et du second toit terrasse, a des dimensions de 120x280x7300mm.

Les poutres BLC perpendiculaires aux éléments précédents sont de section 120x280mm et de longueurs propres aux largeurs de chacun des planchers A, B et C.

Les panneaux OSB recouvrant la totalité du plancher sont d'une épaisseur de 16mm et sont dimensionnés par plaques de 910x2 060mm. Les panneaux initialement de 16mm ont été remplacés par des panneaux identiques d'épaisseur 18mm. Des mesures vibratoires ont été effectuées pour les deux épaisseurs.

Les panneaux d'épaisseur 16mm ont été fixés à l'aide de pointes annelées et de vis © WÜRTH de diamètre 4mm et de longueur 50mm.

Les panneaux d'épaisseur 18mm sont fixés par des vis Panelvit PF tx INOX A2 5x50mm fil. 30mm. Un joint silicone bâtiment DeltaPro a été posé entre les solives et les panneaux d'épaisseur 18mm.

Un résumé des dimensions du plancher et de celles des solives est indiqué sur le schéma suivant

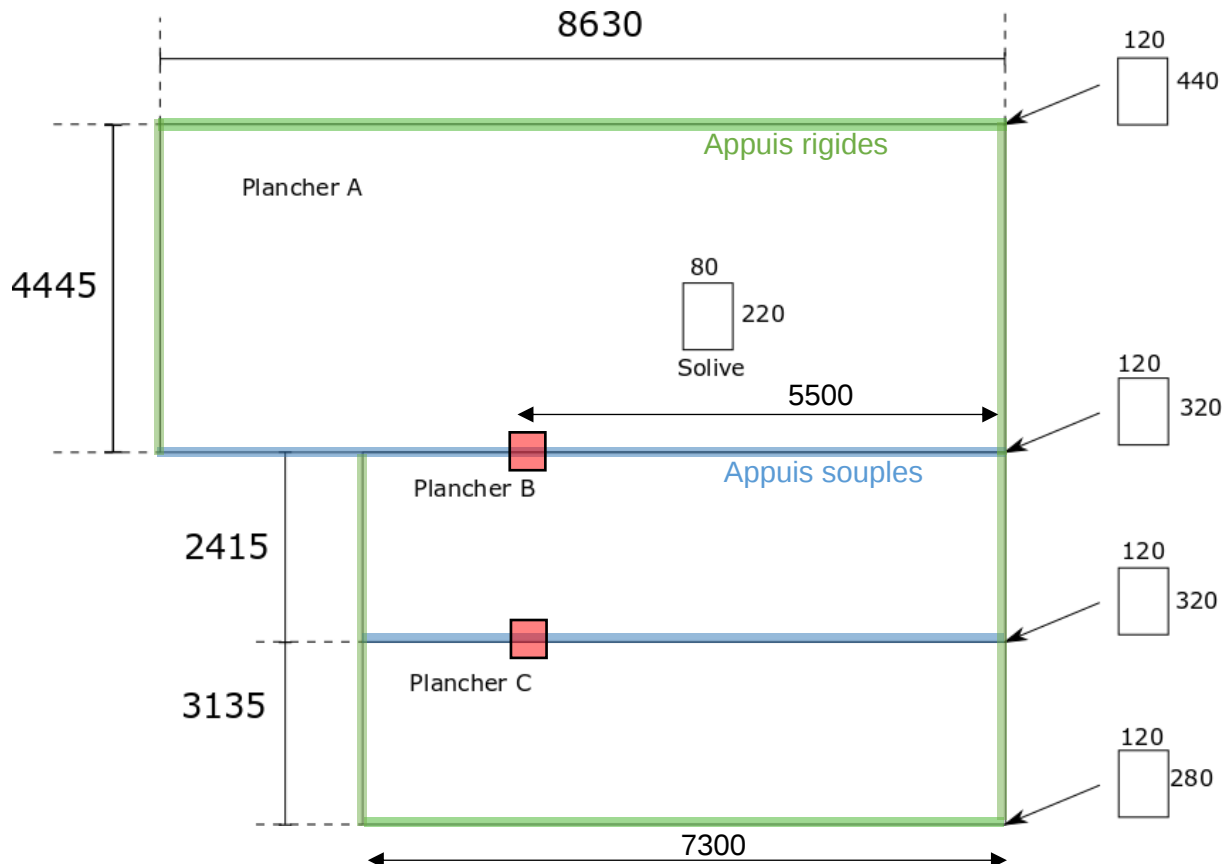


Figure 107 - Schéma avec dimensions du plancher

ii. Calcul des modes de vibration

• Hypothèses

Le plancher est continu et repose sur deux voiles et deux sommiers. Certaines hypothèses sont faites :

- Les côtés appuyés sur les voiles sont considérés comme des appuis idéaux, du fait de la grande rigidité des voiles
- Les interfaces planchers A/B et planchers B/C sont considérés comme des appuis souples, dont la rigidité dépend des sommiers utilisés.
- Les côtés parallèles aux fibres de bois sont considérés comme des appuis simples idéaux, puisque leurs souplesses ont peu d'effet sur les résultats.

Le plancher A est le plus grand et celui qui a la plus grande portée, le mode le plus important sera donc associé à ce plancher. C'est donc celui-ci qui sera étudié.

La configuration la plus proche de la configuration étudiée est celui d'une poutre sur 2 appuis avec un appui intermédiaire souple (voir figure). On suppose alors que le plancher C, éloigné du A, aura peu d'effet sur le premier mode. La force exercée par les voiles sur le plancher étudiée est considérée faible au vu de la physionomie du bâtiment et est donc négligée. On a alors $R_F = 1$.

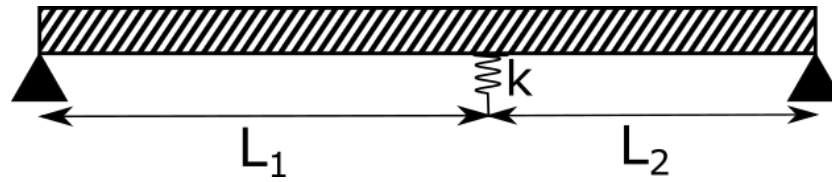


Figure 108 - Configuration 3 appuis

- **Calcul des propriétés du plancher**

On définit l'inertie du plancher dans la direction des solives :

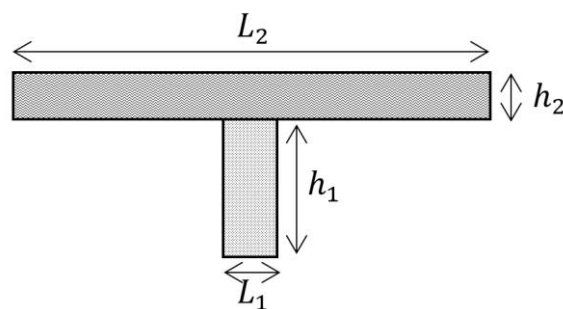


Figure 109 - Détermination de l'inertie de l'ensemble solives-plaque OSB

$$I' \approx \frac{L_1 h_1^3}{12} + \frac{L_2 h_2^3}{12} + L_2 h_2 \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right)^2$$

Le plancher complet avec toutes ces solives a une inertie $I_{tot} = 1,22 \cdot 10^{-3} m^4$ dans le sens des solives ce qui est équivalent à une plaque de 120mm d'épaisseur avec le module d'young des solives. La masse volumique équivalente est de $145 kg/m^3$. L'inertie de la plaque OSB dans le sens perpendiculaire aux solives est considérée négligeable en proportion.

On a alors

- $D_x = 1,58 \cdot 10^6 N \cdot m^2$
- $D_y \approx 0$
- $a = 4,445m, b = 8,63m$
- $R_\lambda = 0,89$
- $\rho_{eq} = 145 kg/m^3$

- **Calcul de R_c**

La raideur des sommiers est modifiée par la présence d'un poteau à mi-travée. La raideur retenue est celle de la portée la plus grande du sommier (5,5m)

$$k_{sommier} = 2,35 \cdot 10^6 N/m$$

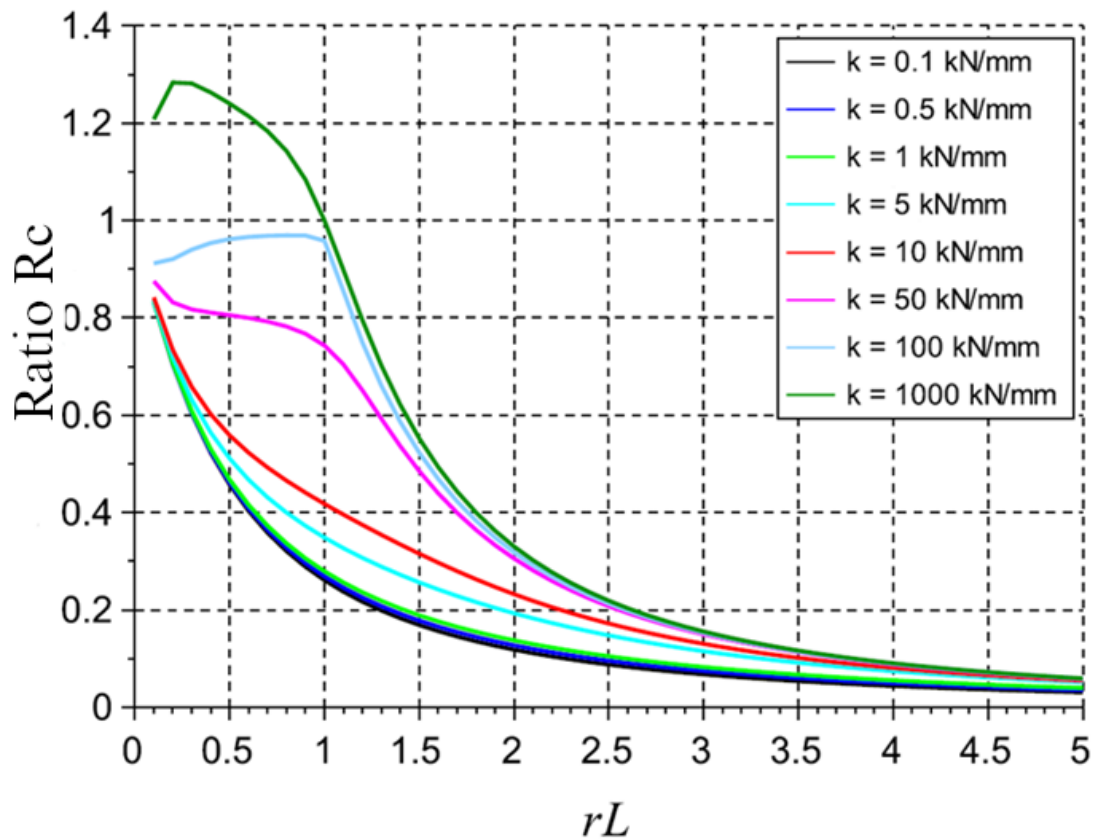


Figure 110 - Abaque pour déterminer R_{3ap}

Le coefficient R_c peut se déterminer à partir de l'abaque.

$$R_c = 0,5$$

- **Calcul de R_λ**

La formule permettant de calculer R_λ est la suivante :

$$R_\lambda = 1 - \left(1 - \exp \left(-0,4 \frac{D_x}{D_y} + 0,4 \right) \right) \left(0,25 \frac{a}{b} - 0,021 \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right)$$

D'après les paramètres définis un peu plus haut, on a $R_\lambda = 0,88$

- **Détermination de la fréquence du premier mode**

Tous les paramètres ont été obtenus pour pouvoir estimer la fréquence du premier mode du plancher :

$$f_{11} = R_F R_\lambda R_c \frac{\pi}{2a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \left(1 + \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right)$$

$$f_{11} = 13,4 \text{ Hz}$$

Expérimentalement, on trouvait un premier mode de 15Hz associé au plancher A, légèrement plus haut que l'estimation qui avait été faite. Ceci s'explique par la géométrie irrégulière du plancher ainsi que par le choix de fixer $R_F = 1$. Néanmoins, l'estimation est suffisamment précise pour de nombreuses applications.

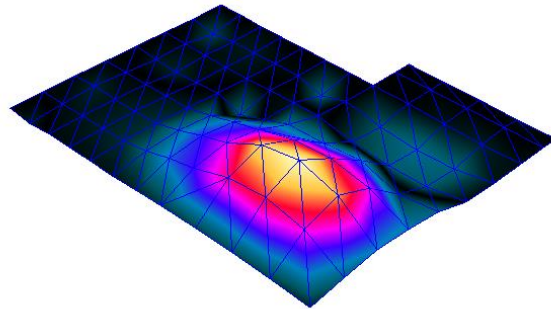


Figure 111 - Premier mode expérimental. Le ventre décentré est dû à la présence du poteau.

• Estimation des accélérations

Pour calculer la masse modale, on considère le plancher A appuyé sur ces 4 bords. La masse totale du plancher est de 720 kg. La masse modale s'obtient en utilisant la relation suivante :

$$m^* = \frac{m}{4} \left(2 - \frac{a}{b} \right)$$

$$m^* = 267 \text{ kg}$$

Le plancher peut être considéré haute fréquence, il convient donc d'utiliser la formule d'accélération appropriée. En considérant, de manière conservatif, une fréquence de marche de 2,4Hz, un amortissement du plancher de 2%, et un individu de 90kg, on obtient :

$$a_{HF} = 1.264 * 0.379 * \frac{90 * 9.81}{267}$$

$$a_{HF} = 1.59 \text{ m/s}^2$$

Cette accélération est relativement importante et peut générer de l'inconfort. Il faut néanmoins nuancer le calcul puisqu'il est réalisé sur un plancher nu. L'ajout de masse et de matériaux potentiellement amortissement sur la plaque OSB va amoindrir fortement les accélérations induites par la marche.

I.3. Chantier Rouen

Le compte-rendu des essais effectués sur le chantier de Rouen est détaillé dans le rapport 403/16 du 28/06/2017. Un extrait du rapport permettant de présenter le chantier est indiqué ici.

i. Présentation du chantier

Les mesures ont été réalisées sur une maison maçonnerie à deux niveaux avec une charpente en fermette industrielles. Les mesures portent sur le plancher soutenu par les entrails. Les plans détaillés de la maison et du plancher sont présents en annexe. Le plancher peut être schématisé de la façon suivante :

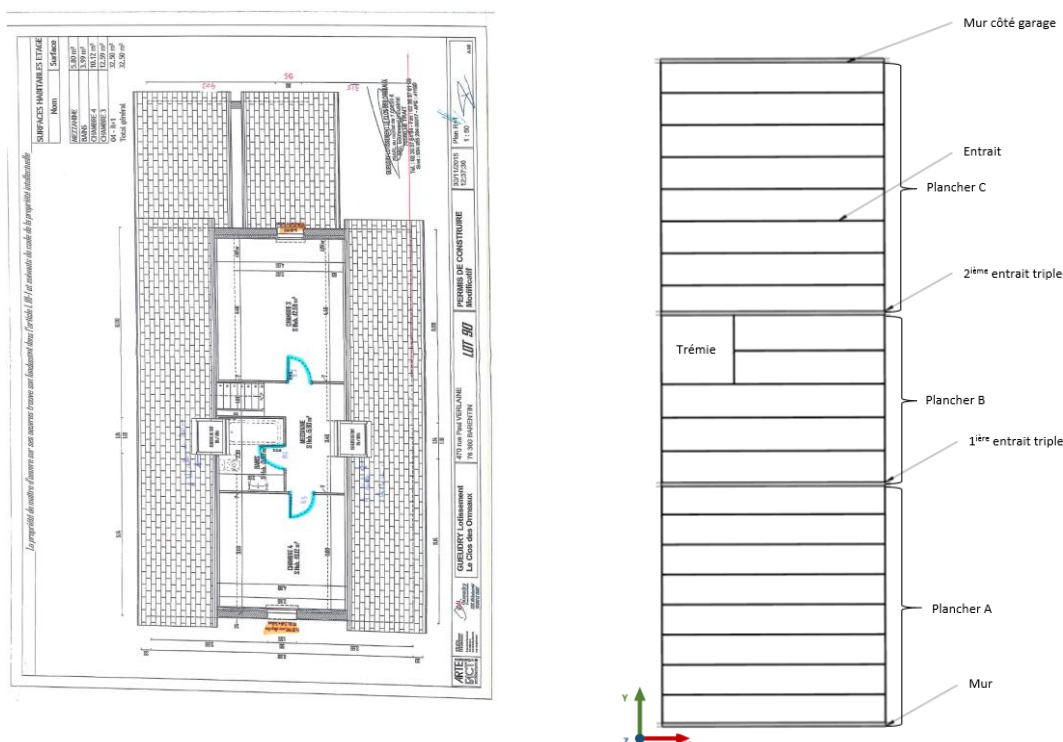


Figure 112 - Plancher sur entrails porteurs

On décompose le plancher en trois zones (plancher A, B et C), celles-ci sont délimitées par la présence d'un mur ou d'un entrail triple. On note la présence d'une trémie sur le plancher B. Des mesures ont été effectuées pour deux phases successives des travaux.

• Phase 1

Le plancher est composé de 26 fermes dont la portée est de 8 080mm. Les entrails sont en C24 de sections 36×247mm. L'entraxe entre les entrails est de :

- 536 mm pour le plancher A
- 596 mm pour le plancher B
- 572 mm pour le plancher C

Le plancher est composé de panneaux de CTBH d'épaisseur 25mm. Ils sont fixés à l'aide

Les références des produits utilisés pour la construction du plancher sont :

- Vis utilisées pour fixer le plancher sur les entrails = Vis double filetage 4x60 (marque WURTH)
- Panneaux des planchers : Panneaux CTBH ép.25mm
- Bande résiliente située entre le plancher et les entrails : Tramiband 70 (marque TRAMICO)

Les fiches techniques des produits sont disponibles en annexe de ce rapport.

Deux fermes délimitant le plancher B présentent des entrails triples.



Figure 113 - Plancher lors de la phase 1

- **Phase 2**

Lors de la phase 2, les cloisons en plaque de plâtre ainsi que l'isolant était posé. Leurs références sont :

- Le plafond en dessous : Placo BA13 sur suspente avec 300mm de laine de verre avec bandes.
- Murs du comble : Placo BA13 sur rail avec 275mm de laine de verre.
- Murs du RDC : Placo BA13 sur rail avec 120 mm de laine de verre (épaisseur doublage 140mm).



Figure 114 - Plancher lors de la phase 2

La description des entrants est donnée sur la figure suivante.

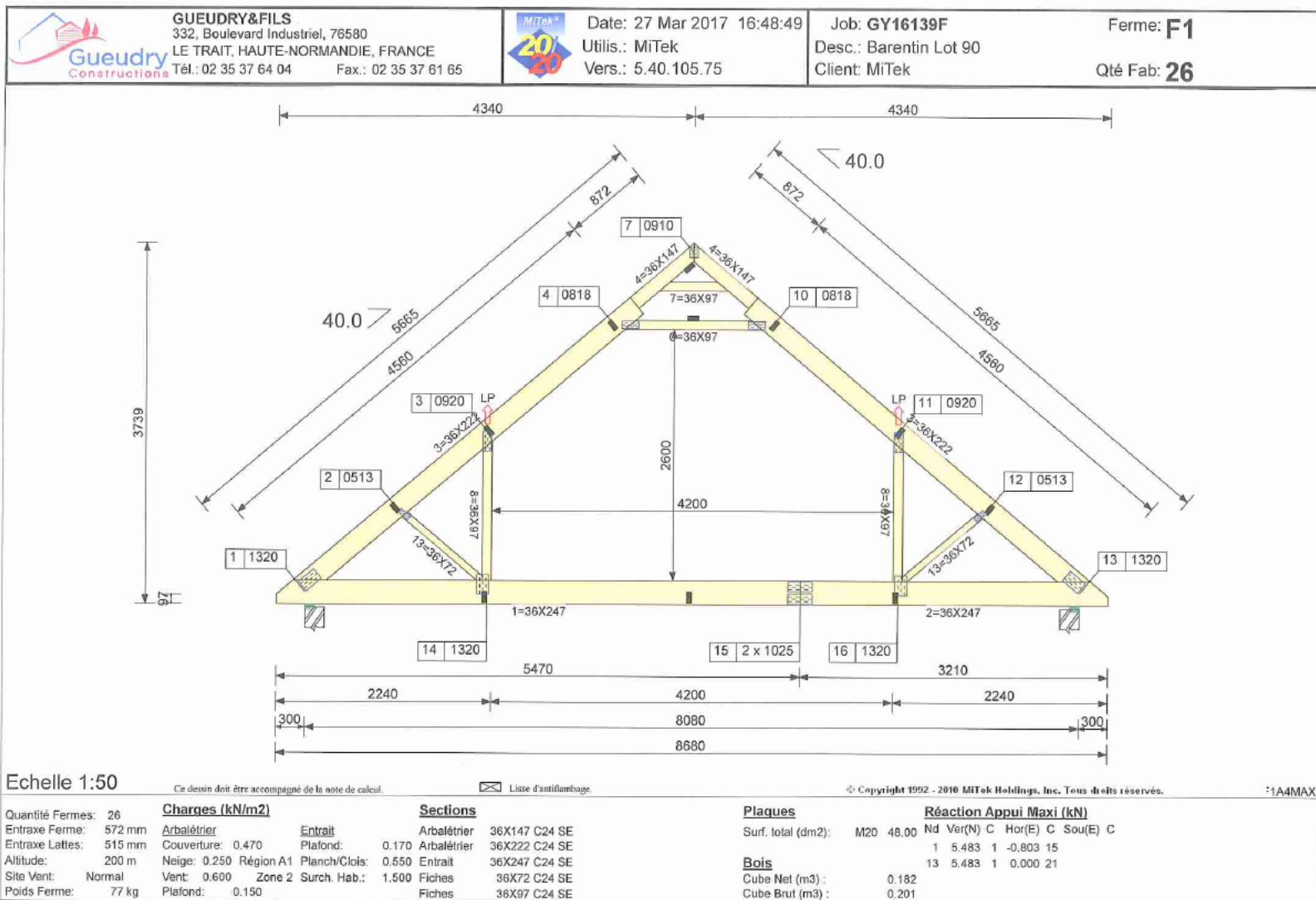


Figure 115 - Schémas des fermes aux zones d'appuis

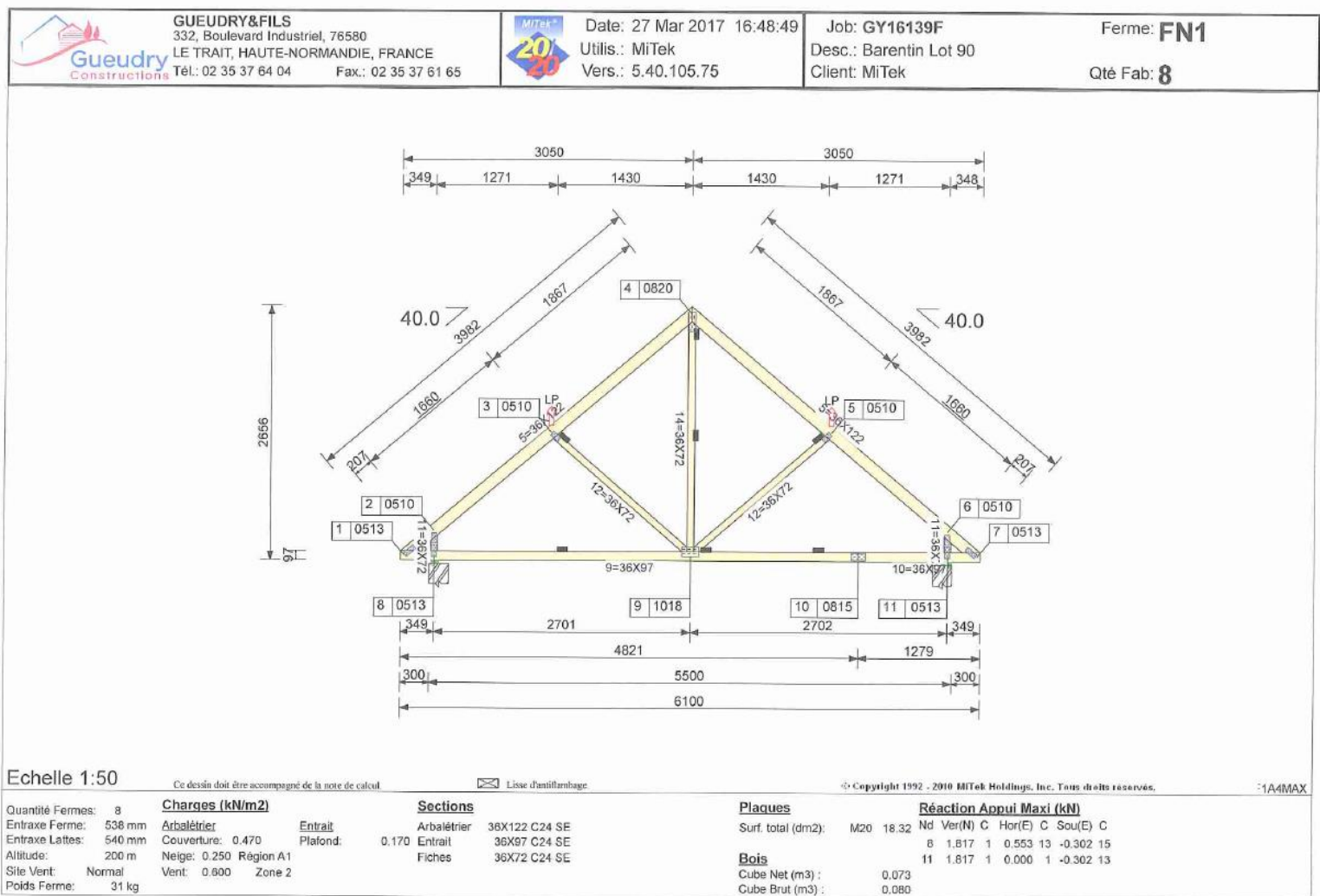


Figure 116 - Schémas des fermes entre appuis

Un schéma du plancher avec ces dimensions est donné sur la Figure 117. Les lignes en pointillé correspondent à l'emplacement des montants verticaux.

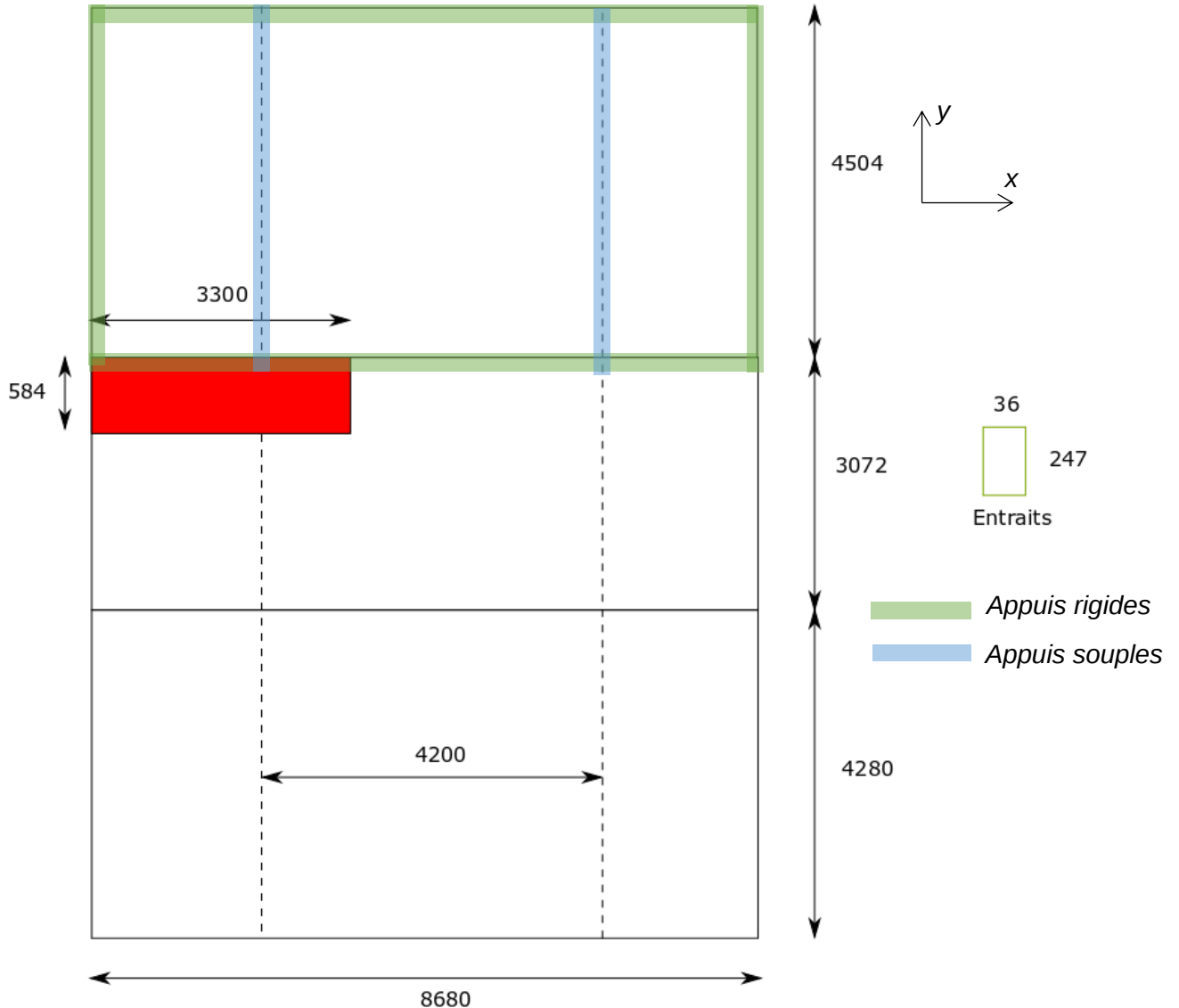


Figure 117 - Schéma du plancher

Le plancher supérieur est celui avec la plus grande portée et c'est donc celui-ci qui sera étudié vis-à-vis des vibrations. L'influence de la trémie est négligée en première instance.

Les entrails sont dirigés dans la direction x , direction de plus grande inertie. L'inertie dans la direction y , comme dans le cas des planchers solives-OSB, sera considérée négligeable. Les conditions aux limites choisies sont définies sur la Figure 117.

Le plancher peut être considéré comme un plancher appuyé des 4 côtés avec deux appuis intermédiaires. On utilisera le fait que les portées de planchers entre les montants verticaux ont la même longueur. La configuration du plancher peut donc être illustrée par la figure suivante.

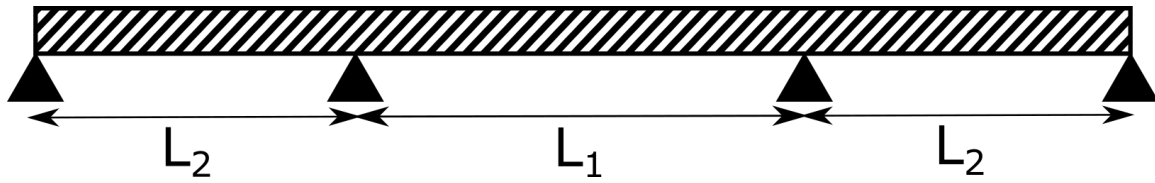


Figure 118 - Plancher sur 4 appuis avec deux travées de mêmes longueurs.

La rigidité verticale des appuis intermédiaires est assez complexe à définir, puisqu'elle dépend de toute la géométrie des fermes. Elle est définie à 50kN/mm. Le coefficient R_{ap} peut se déterminer à l'aide de l'abaque de la Figure 119.

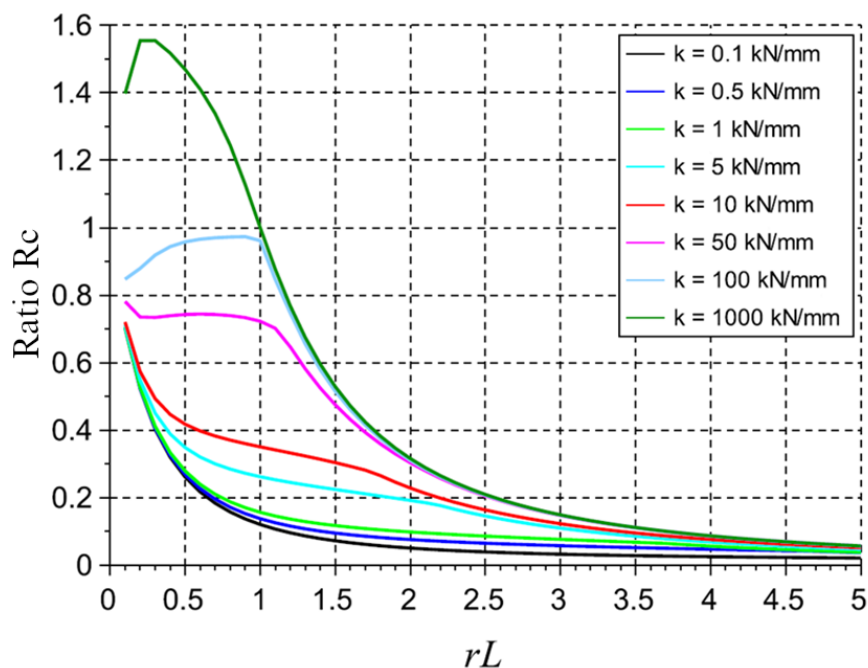


Figure 119 - R_c en fonction du rapport de forme rL de la plaque et la rigidité des appuis intermédiaires.

Le coefficient obtenu est $R_c = 0,75$.

L'inertie des entrants (voir Figure 116) est $I = 9.10^{-5}m^4$ pour le plancher. L'épaisseur équivalente est alors :

$$h_{eq} = \sqrt[3]{\frac{12I}{L}} = 63mm$$

La masse volumique équivalente de la plaque est $\rho_{eq} = 200kg/m^3$.

On a alors :

- $D_x = 228.10^3 N.m^2$
- $D_y \approx 0$
- $R_\lambda = 0,77$

$$f_{4app_p} = R_c R_\lambda \frac{\pi}{2a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \left(1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2\right)$$

$$f = 12,9Hz$$

La fréquence déterminée par calcul est légèrement plus élevée que la fréquence mesurée expérimentalement (11,6Hz), ce qui s'explique par la grande incertitude sur certains paramètres (rigidité des fermes principalement) et la non-prise en compte de l'effet de la trémie.

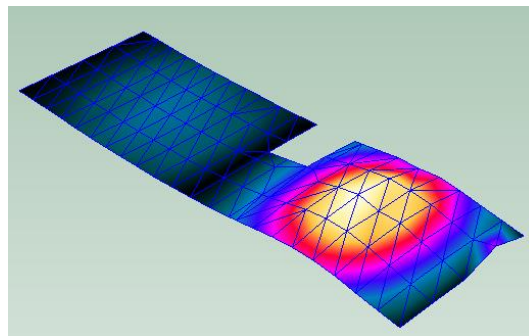


Figure 120 - Mode expérimental, $f = 11,6Hz$

1.4. Tour à Växjö – Etude de Kirsi Jarnerö

Dans l'étude de Kirsi Jarnerö [1], le comportement vibratoire d'un plancher est étudié à plusieurs étapes de sa construction.

Le plancher est composé d'une plaque de CLT, de poutres lamellées et de poutre lamellés collés. Il est représenté sur la Figure 121 avec le plafond de l'étage inférieur et l'isolant.

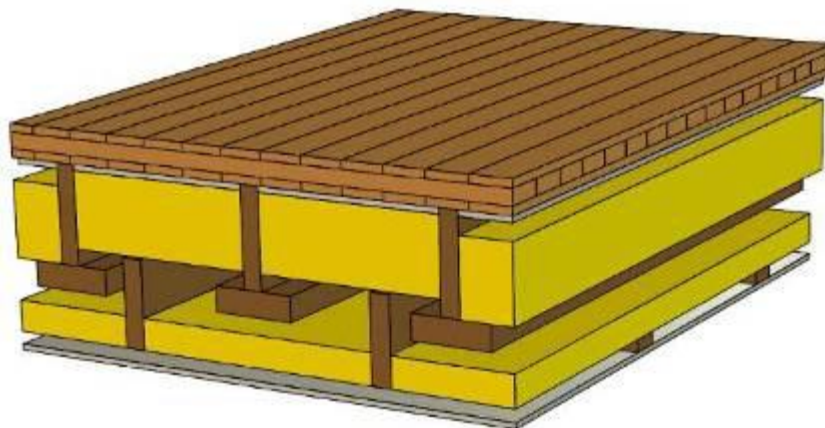


Figure 121 - Eléments de plancher

Le CLT a trois couche et son épaisseur totale est de 73mm. Les poutres lamellées collés ont pour dimension 42x220 mm². L'étude porte sur une chambre de 3,1 m de large et 5,2m de long à l'étage 3 d'un immeuble de huit étages à différentes étapes :

1. Non couplé au reste de la structure
2. Couplé avec le reste de la structure
3. Après l'ajout des murs de l'étage 3
4. Après l'ajout du plafond de l'étage 3
5. Après l'ajout du plancher et des murs de l'étage 4
6. Après la finition des étages 5,6 et les murs de l'étage 7
7. Après la finition des étages 7 et 8 et l'ajout des cloisons

La valeur des fréquences propres obtenus expérimentalement pour chacun des modes est indiqué sur la Figure 122.

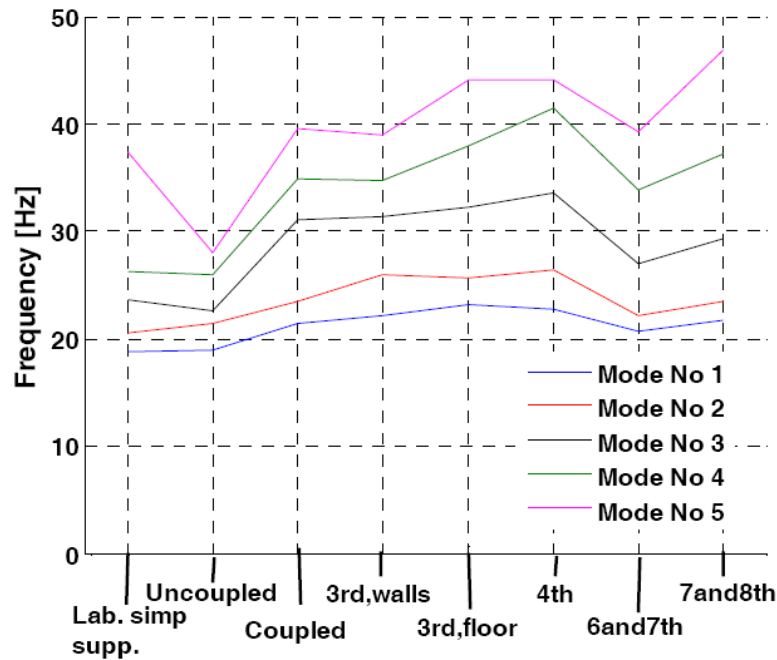


Figure 122 - Fréquences de vibrations du plancher pendant les étapes de construction

Pour le CLT, on a $E_{xeq} = \frac{26}{27}E_x$ et $E_{y_{eq}} = \frac{1}{27}E_x$. Le bois est du C40, donc $E_x = 14.10^9 N/m^2$.

L'inertie du système CLT et solives en lamellé collé est d'environ $4.10^{-4} m^4$ pour le plancher complet, ce qui correspond à une plaque équivalente de :

$$h_{eq} = \sqrt[3]{\frac{12I}{L}} = 98mm$$

La masse volumique représentative de cette plaque équivalente est $\rho_{eq} = 460 kg/m^3$. A cela il faut rajouter la masse du plafond qui est approximée à 450kg, soit un $\rho_{eq} = 750 kg/m^3$

$$\begin{aligned} D_x &= 1,2.10^6 N.m^2 \\ D_y &\approx 0 \\ R_\lambda &= 0,64 \end{aligned}$$

$$f = R_\lambda \frac{\pi}{2a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \left(1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2\right)$$

La fréquence calculé pour le plancher non couplé sans rien au-dessus est $f = 18,3Hz$. Elle est très proche de la valeur expérimentale dans la configuration ($f = 19Hz$)

A noter que la deuxième étape « couplé » peut difficilement être reproduite en l'absence de plan général du bâtiment. Cependant, il est possible de prendre en compte l'influence des étages supérieurs sur la fréquence de résonance de plancher en considérant la situation où le plancher est découplé. On s'attend donc à obtenir des fréquences plus faibles qu'expérimentalement.

Les étages supérieurs sont ensuite bâtis, ce qui engendre une descente de charge sur les voiles du plancher de l'étage 3. Ce chargement va bloquer la rotation aux appuis du plancher et potentiellement augmenter ces fréquences de résonnances.

La charge linéique sur le plancher est de $q = 227 \text{ kg/m}$. Le plancher a les paramètres suivant :

q	L	E_x	I	E_z	l_{app}	h
Charge linéique	Longueur entre appuis	Module longi	Inertie de flexion	Module vertical	Longueur d'appui des voiles	Epaisseur équivalente
227kg/m	5,1m	$13,5 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$	$4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$	$0,5 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$	0,15m	98mm

$$r_{ab} = 1,65$$

$$\lambda_L = 1,13$$

$$ep_c = 98 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$ep_v = 0,15 \text{ m}$$

$$E_z = 500 \text{ Mpa}$$

$$\alpha = (0,87 r_{ab}^{-0,7} \cdot (-2\lambda_L + 3) \cdot \frac{9,2 \cdot 10^{-2}}{ep_c} \cdot (5ep_v - 8,7 \cdot 10^{-2})) / 0,6$$

$$\beta = 40(0,4 r_{ab}^{-0,2} \cdot 0,4 \lambda_L^{-0,5} \cdot (2ep_c + 0,2) \cdot 0,2 ep_v^{-0,4} \cdot 2,6 E_z^{-0,09})$$

$$\alpha = 0,47$$

$$\beta = 0,39$$

En supposant que les voiles ont pour dimensions 3,1x2,4x0.15 et une masse volumique de 480, les voiles exercent une force de 5360N de chaque côté.

$$r_\delta = \max(1 - \alpha F \cdot 10^{-4}; \beta)$$

$$r_\delta = 0,75$$

$$r_F = \sqrt{\frac{1}{r_\delta}} = 1,16$$

La nouvelle fréquence de résonnance sera donc 15% plus élevée en présence des voiles, soit :

$$f = 21 \text{ Hz}$$

La valeur est légèrement inférieure à la valeur expérimentale (22,1Hz) mais reste néanmoins très cohérente. Par la suite, il est observé expérimentalement une diminution de la fréquence de résonnance du plancher. Cette diminution ne peut être dû qu'à une augmentation de la masse du plancher ou une diminution de sa rigidité qu'il n'est pas possible de quantifier faute d'informations.